



P O L Y N E S I E F R A N Ç A I S E

MINISTÈRE
DU TRAVAIL,
DU DIALOGUE SOCIAL
DES AFFAIRES INTÉRIEURES,
DE LA COMMUNICATION
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,
*chargé des relations avec
l'Assemblée de Polynésie française et
le Conseil économique, social et culturel
porte-parole du gouvernement*

SERVICE
DU PERSONNEL ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

Le chef de service

CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN DE CATEGORIE B

EPREUVE DE FRANCAIS : Composition sur un sujet d'ordre général

Le Lundi 20 décembre 2004 de 13 h 30 à 15 h 30– coefficient 2

Il est demandé aux candidats de choisir un sujet parmi les deux suivants :

Sujet 1 : Le libre-échange favorise-t-il la croissance dans les pays en développement ?

Sujet 2 : Dans quelle mesure l'école favorise-t-elle l'ascension sociale ?



POLYNESIE FRANÇAISE

MINISTERE
DE LA SANTE,
DE LA FONCTION PUBLIQUE
DE LA RENOVATION ET DE LA
DECONCENTRATION DE L'ADMINISTRATION
chargé de la tutelle de la caisse de prévoyance sociale

SERVICE DU PERSONNEL
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIENS DE CATEGORIE B

EPREUVE D'ADMISSIBILITE : COMPOSITION
Le jeudi 29 janvier 2004 de 14 h à 16 h – coefficient 2

Traiter un seul sujet au choix :

- 1) La science ne fournit-elle que des certitudes ?
- 2) Avoir tous les droits : est-ce être libre ?



POLYNESIE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DU TRAVAIL,
DU DIALOGUE SOCIAL
DES AFFAIRES INTÉRIEURES,
DE LA COMMUNICATION
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,
*chargé des relations avec
l'Assemblée de Polynésie française et
le Conseil économique, social et culturel
porte-parole du gouvernement*

SERVICE
DU PERSONNEL ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

Le chef de service

CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN DE CATEGORIE B

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Le Lundi 20 décembre 2004 de 8 h à 11 h– coefficient 4

La calculatrice est autorisée

Sujet de mathématiques - durée 3h

Les questions avec des étoiles sont relativement difficiles.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat traitera les exercices dans l'ordre de son choix.

La qualité de la rédaction sera appréciée lors de la correction.

Exercice 1 : (2 points)

Les communes Papeete et Taravao sont distantes de 60 km.

Un cycliste, roulant à 24 km/heure, part de Papeete en direction de Taravao. Mais par suite d'une crevaison, il doit achever à pied les derniers kilomètres, en marchant à 4 km/heure. Finalement, il met 3h 20min pour aller de Papeete à Taravao.

Quelle distance a-t-il parcourue à pied ?

Exercice 2 : Le nombre d'or (3 points)

$$\text{Soit } \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Ecrire sous forme : $a\varphi + b$, où a et b sont des nombres réels, les nombres φ^2 , φ^3 , φ^5 .

Exercice 2 : (4 points)

Rappel :

a) La forme algébrique d'un nombre complexe est : $a + ib$ où a et b sont des réels.

b) La forme trigonométrique d'un nombre complexe est : ~~$r(\sin \theta + i \cos \theta)$~~ $[2\pi]$.

$$r(\cos \theta + i \sin \theta) \in [2\pi]$$

Soit $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 - i$.

1) Ecrire z_1 sous forme trigonométrique.

2) Ecrire z_2 sous forme trigonométrique.

3) Soit $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$. Ecrire z_3 sous forme algébrique.

4) Ecrire z_3 sous forme trigonométrique.

5) (**) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

Exercice 3 : Comparaison entre x^2 et 2^x (4 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln(2^x) - \ln(x^2)$

1. Démontrer que : $f(x) = x \ln 2 - 2 \ln x$

2. Calculer $f(2)$ et $f(4)$.

3. Calculer la dérivée de f et de f' . En déduire les variations de f .

4. A l'aide de la question 2 et 3, préciser le signe de f .

5. Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a : $2^n \geq n^2$

Exercice 4 : Comparaison entre x^2 et 2^x (4 points)

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(2^x) - \ln(x^2)$

1. Démontrer que : $f(x) = x \ln 2 - 2 \ln x$
2. Calculer $f(2)$ et $f(4)$.
3. Calculer la dérivée de f et de f' . En déduire les variations de f .
4. A l'aide de la question 2 et 3, préciser le signe de f .
5. Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a : $2^n \geq n^2$

Problème : ** (7 points)

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2, v_0 = 1 \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{u_n} \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$$

1) Démontrer que les suites (u_n) et (v_n) sont majorées par 2 et minorées par 1.

2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{(u_n - v_n)^2}{2(u_n + v_n)}$ (1)

3) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n \geq v_n$.

4) Montrer que (u_n) est décroissante et (v_n) croissante.

5) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n - v_n \leq 1$ et en déduire que $(u_n - v_n)^2 \leq u_n - v_n$ (2)

6) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - v_{n+1} \leq \frac{1}{4} (u_n - v_n)$ (on pourra utiliser les relations (1) et (2))

En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n - v_n \leq \frac{1}{4^n}$

7) Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes et donner leur limite commune ℓ .

Une suite convergente de nombre rationnels a-t-elle pour limite un nombre rationnel ?