



MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE, DES FINANCES,
DU TRAVAIL ET DE L'EMPLOI,
en charge de la réforme fiscale,
de la formation professionnelle,
des réformes administratives
et de la fonction publique

SERVICE DU PERSONNEL
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE
.....

EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCES AU
GRADE DE TECHNICIEN CHEF DE LA FONCTION
PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANCAISE AU
TITRE DE L'ANNEE 2009

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ :
MATHÉMATIQUES

Lundi 1^{er} août 2011
(Durée : 1 heure 30 ; coefficient 2)

Le sujet comporte 3 pages (page de garde incluse).

Exercice 1 (4 points) : Probabilités

Le code d'utilisateur d'une carte bancaire comprend 4 chiffres, chacun de ces chiffres pouvant être égal à 0,1,2,3,4,5,6,7,8 ou 9.

1- Combien existe-t-il de codes possibles différents pour ce type de carte bancaire ?

Une personne tente d'effectuer un retrait bancaire à partir d'une carte dont elle ne connaît pas le code secret d'utilisateur.

2- La carte restera bloquée dans le distributeur après 3 tentatives si le code n'est pas trouvé, quelle est la probabilité que cette personne réussisse à retirer de l'argent en composant des codes au hasard ?

Exercice 2 (6 points) : Etude de fonction

Soit $f(x) = \frac{5x-9}{x-2}$ sur $]-\infty; +\infty[$,

A.

- 1 Indiquer l'ensemble de définition de la fonction f. L'écrire sous la forme $]-\infty; a[\cup]a; +\infty[$
- 2 Déterminer les limites de f(x) en $-\infty$, en a par valeur inférieure, en a par valeur supérieure et en $+\infty$. En déduire les asymptotes de f
- 3 Déterminer la fonction dérivée de la fonction f(x), f'(x)
- 4 Etablir le tableau de variation de la fonction f sur son ensemble de définition
- 5 Calculer f(-2), f(0), f(3), f(4) (sous la forme d'une fraction irréductible)

B.

Soit $g(x) = \frac{x-3}{(x-2)^2}$ sur $]-\infty; +\infty[$

- 1 Indiquer l'ensemble de définition de la fonction g.
- 2 Montrer que $g(x) = \frac{1}{(x-2)} - \frac{1}{(x-2)^2}$
- 3 En déduire une expression entre g(x) et f'(x)
- 4 Donner une primitive G(x) de g(x)
- 5 En déduire $\int_3^4 g(x)dx$

Exercice 3 (6 points) : Suites numériques

1 Soit la suite définie par $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$ avec $U_0 = 2$

Démontrer par récurrence que $U_n = 2$ pour tout entier naturel n.

2 Soit désormais la suite définie par $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n + 1$ avec $V_0 = 4$

Calculer V_1, V_2, V_3 . La suite V_n semble t-elle croissante ou décroissante ?

3 Démontrer par récurrence que $V_n \geq 2$ pour tout entier naturel n

4 Montrer que $V_{n+1} - V_n = 1 - \frac{1}{2}V_n$ pour tout entier naturel n

En déduire, en utilisant le résultat du 3, que la suite V_n est décroissante

Exercice 4 (4 points) : Equations/Inéquations

Résoudre :

1- $(4x - 5) \times (7 - x) \times (x - 1) \leq 0$

2-
$$\begin{cases} 2x = y - 3 \\ y + 8x = 23 \end{cases}$$