CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT, SUR EPREUVES, DE 19 ATTACHES D'ADMINISTRATION DE CATEGORIE A,
~~PAR LA VOIE GENERALE~~
Statisticien - économiste

Date : Jeudi 04 novembre 1999
Lieu : Université de la Polynésie Française

EPREUVE N° 1

Une composition portant sur les aspects sociaux, juridiques, politiques, économiques et culturels du monde actuel.

Durée : 4 heures - Coefficient : 3

SUJET

L'ingérence humanitaire est-elle justifiée ?

CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT, SUR EPREUVES, DE 04 ATTACHES D'ADMINISTRATION DE CATEGORIE A, POUR OCCUPER LES FONCTIONS DE STATISTICIEN-ECONOMISTE

Date : Mardi 09 novembre 1999
Lieu : Institut en Soins Infirmiers « Mathilde FREBAULT »

EPREUVE N° 2

PROBABILITES ET STATISTIQUES

Durée : 4 heures - Coefficient : 3

Documents joints : 8 pages

SUJET

Exercice 1

20 candidats sont convoqués un matin à 8 heures pour un examen.
Lorsqu'ils se présentent, tous ensembles, à 7 heures 30, on leur demande de se répartir de manière aléatoire en 2 groupes de 10 personnes, pour remplir les formalités administratives.
Le premier groupe se présente devant le secrétariat A et le second groupe, devant le secrétariat B.
L'un des candidats s'appelle Teva.

1) De combien de façons peut-on choisir les 10 personnes qui composent le premier groupe ?

2) De combien de façons peut-on choisir le premier groupe de 10 personnes si l'on impose :
   a) que Teva fasse partie de ce groupe ?
   b) que Teva n'en fasse pas partie ?

3) Les candidats prennent place dans une salle dont les tables sont numérotées de 1 à 20.
   Combien de dispositions ordonnées existe-t-il ?

4) A une épreuve, un candidat coche au hasard la réponse aux 10 questions d'un questionnaire à choix multiple (QCM).
   La réponse à chaque question est donnée par l'alternative « vrai » ou « faux ».
   a) Quelle est la probabilité de répondre correctement au questionnaire ?
   b) Quelle est la probabilité de commettre 1 seule faute ?

5) Sur les 20 candidats présents, 9 ont une expérience professionnelle antérieure, 10 ont un diplôme d'économie, 7 ont à la fois un diplôme et l'expérience.
   a) Quelle est la probabilité pour qu'un des 20 candidats, tiré au hasard, ait soit l'expérience, soit un diplôme, soit les deux ?
   b) Quelle est la probabilité pour qu'un candidat ait soit l'expérience, soit un diplôme, mais pas les deux ?
   c) Quelle est la probabilité pour qu'un candidat ayant un diplôme possède aussi de l'expérience ?
   d) Quelle est la probabilité qu'un candidat n'ait ni diplôme ni expérience ?

Exercice 2

Trois machines fabriquent des ampoules halogènes dans les proportions suivantes :
50 % pour la machine A, 30 % pour la machine B, 20 % pour la machine C.
L'usine procède à des tests pour déterminer la fiabilité des différentes machines.
Les résultats montrent que la fiabilité des machines A, B et C est respectivement :

0,95 ; 0,90 ; 0,85 .

Dire que la fiabilité de A est de 0,95 signifie que la probabilité qu'une ampoule fabriquée par A soit bonne est de 0,95.
On choisit une ampoule au hasard dans un lot fabriqué par l'usine.

1) Représenter la situation proposée à l'aide d'un arbre pondéré.

2) Déterminer la probabilité de l'événement : « L'ampoule est bonne et fabriquée par A ».

Déterminer la probabilité de l'événement : « L'ampoule est bonne et fabriquée par B ».
Déterminer la probabilité de l'événement : « L'ampoule est bonne et fabriquée par C ».
Déterminer la probabilité de l'événement : « L'ampoule est bonne ».

3) On achète une ampoule, elle est bonne.
Déterminer la probabilité qu'elle ait été fabriquée par A.
Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

4) On achète 5 ampoules, elles sont bonnes.
Quelle est la probabilité pour qu'au moins une ait été fabriquée par A ?

Exercice 3

Une ferme perlière produit des perles noires.
Afin de vérifier la qualité des perles, on procède à deux tests : l'un portant sur la couleur, l'autre portant sur la forme.
Une perle est rejetée si elle présente au moins l'un des deux types de défaut.
Une perle est déclarée en parfait état si elle ne présente aucun des deux types de défaut.
Une étude statistique de la production conduit à dégager les résultats suivants :

- la probabilité qu'une perle soit rejetée pour le test de couleur est 0,08 ;
- la probabilité qu'une perle soit rejetée pour le test de forme est 0,05 ;
- la probabilité qu'une perle soit rejetée pour les deux tests est 0,02.

On prélève au hasard une perle de la production.
On appelle : D_C l'événement : « La perle prélevée présente un défaut de couleur »,
D_F l'événement : « La perle prélevée présente un défaut de forme ».

1) a) Les événements D_C et D_F sont-ils indépendants ?
   b) Calculer la probabilité de l'événement D_C sachant que l'événement D_F est réalisé.

2) a) Calculer la probabilité de l'événement A : « La perle prélevée présente au moins un défaut ».
   b) Démontrer que la probabilité de l'événement B : « La perle prélevée est en parfait état » est 0,89.
   c) Déterminer la probabilité de l'événement C : « La perle prélevée présente un seul défaut ».

3) Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de types de défaut présentés par la perle.
   a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Tracer le représentation graphique de la fonction de répartition associée à la variable aléatoire X.
   d) Calculer l'espérance mathématique E (X).
   e) Calculer la variance V (X) et en déduire l'écart type de X.
   On donnera les résultats à 10^{-2} près.

Exercice 4

A la sortie d'une grande ville, on a compté 10 000 voitures un jour de départ de vacances. Voici la répartition de l'ensemble de ces voitures suivant l'heure de départ :

Heures de départ	[0 ; 4 [	[4 ; 8 [	[8 ; 12 [	[12 ; 16 [	[16 ; 20 [	[20 ; 24 [
Nombre de voitures	500	2 500	3 000	750	1 250	2 000

1) Représenter l'histogramme.

2) Calculer la moyenne arithmétique et l'écart type de cette série.

3) Déterminer graphiquement l'heure avant laquelle ont lieu 25 %, 50 % et 75 % des départs.

Exercice 5

Un magasin d'électroménager propose à sa clientèle des contrats de location avec option d'achat (contrats LOA). Ce type de contrat prévoit que le client devient propriétaire de l'article loué après un temps de location déterminé.
Par exemple, une machine à laver vendue comptant 3 545 F peut être acquise par contrat de LOA en 156 loyers hebdomadaires de 49 F, le premier versement étant réglé une semaine après la signature.
S'il ne souhaite pas poursuivre la location, le client peut restituer l'article à tout moment, sans frais, et se libérer ainsi de toute dette vis-à-vis du magasin.
Sur un échantillon représentatif de 400 contrats LOA signés depuis plus trois ans, pour des équipements de première nécessité, 80 ont été annulés par restitution.
En outre, la durée de location des marchandises restituées avant le terme est extrêmement variable. Le tableau n°1, donné en annexe 2, fournit des statistiques sur ce point.
Calculés à partir de ce même tableau, la moyenne et l'écart type de la durée de location de ces marchandises sont respectivement de 70 semaines et de 20 semaines.
Dans tout ce problème, les contrats LOA envisagés sont des contrats établis sur trois ans, pour des équipements de première nécessité.
Enfin, on considérera que toute marchandise ayant fait l'objet d'un contrat LOA sera, soit restituée au bout d'un certain temps, soit définitivement gardée par le client, et que tous les versements auront été acquittés à la date prévue.

Travail à faire par le candidat

Les résultats numériques seront, s'il y a lieu, arrondis au plus près à la quatrième décimale (ou à la deuxième décimale si on les exprime en pourcentages).
Les tables numériques sont données en annexe 1.

Partie 1

1) a) Donner une estimation ponctuelle f de la proportion des contrats annulés par restitution avant le terme.

b) Donner l'intervalle de confiance à 95 %, centré sur f, de la proportion des contrats annulés par restitution.

2) Soit D la durée aléatoire, en semaines, de location des articles restitués avant le terme. On suppose dans cette question que D est une variable aléatoire continue qui suit la loi normale d'espérance 70 semaines et d'écart type 20 semaines.
Calculer la probabilité que D soit :
a) comprise entre 70 et 80 ;
b) inférieure à 60.

3) On se propose, dans cette question, d'effectuer un test X^2, au seuil de signification de 5 %, pour justifier l'ajustement de la loi D par une loi normale.
Les paramètres de D seraient la moyenne et l'écart type calculés à partir du tableau n°1 de l'annexe 2 : 70 semaines et 20 semaines.
Pour le calcul du X^2, utiliser la feuille annexe 2 (**à rendre avec la copie**) et compléter le tableau n°2. Conclure.

Partie 2

Dans cette partie, on considérera que :
D suit le loi normale N (70, 20) ;
et que le taux de restitution avant le terme est de 20 %.

1) Etablir que, parmi les marchandises qui font l'objet d'un contrat LOA, la proportion p_0 de celles qui sont restituées au cours des 60 premières semaines est de 6,17 %.

2) Il résulte de la question 1, de cette partie que 93,83 % des marchandises sont conservées par les clients pendant les 60 premières semaines au moins. Un certaine proportion p_1 de celles-ci sera définitivement gardée par les clients. Cette proportion s'interprète également comme la probabilité pour qu'un client qui n'a pas restitué la marchandise au cours des 60 premières semaines la garde définitivement.
Déterminer p_1.
On pourra éventuellement s'aider d'un schéma (arbre, tableau ...).

Exercice 6

Une machine automatique remplit des paquets de café.
Le poids affiché des paquets vendus est de 250 g.
On considère que le poids de café mis par la machine dans un paquet est une variable aléatoire normale d'écart type 5 g. La moyenne m peut être fixée librement par le conditionneur.

1) Si la moyenne est de 250 g, quelle est la probabilité d'avoir un paquet :
    a) de plus de 258 g ?
    b) de moins de 240 g ?

2) Comment faut-il choisir m pour qu'en moyenne un paquet sur 100, au plus, contienne moins de 250 g ?

3) Pour éviter les réclamations des consommateurs, le conditionneur envisage d'abaisser de 1 sur 100 à 1 sur 1 000, en moyenne, la proportion de paquets de moins de 250 g.
Quel sera le coût d'une telle mesure s'il vend annuellement 5 000 000 paquets venant de cette machine et si le café lui revient à 90 F les 250 g ?
Comparer ce coût à celui d'une offre de remboursement qui coûterait 120 F par paquet si le seuil de 1/100 est gardé.

4) Le conditionneur s'est fixé une moyenne de 256 g par paquet.
   a) Le conditionneur règle sa machine pour que le poids moyen d'un paquet soit de 256 g. Il veut contrôler ce réglage par un jugement sur des échantillons de 50 paquets.
   On prend comme hypothèse nulle « la machine est bien réglée ». On veut tester cette hypothèse contre l'alternative « la machine est mal réglée », c'est-à-dire que le poids moyen du paquet est différent de 256 g. Le test est fait au seuil de 5 %.
   Décrire la procédure de test que l'on peut utiliser.
   Décrire la procédure quand le seuil est de 10 %.
   b) Un contrôle sur 50 paquets a donné comme moyenne 254,7 g.
   Au seuil de confiance de 5 %, peut-on considérer que la machine est bien réglée ?
   Et au seuil de 10 % ?

ANNEXE 1

Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite : $\Pi(t)$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8254	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8339
1	0,8413	0,9838	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8589	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9225	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

t	2	2,5	3
$\Pi(t)$	0,9772	0,9938	0,9987

Distribution de la loi de $\chi^2(\nu)$ (proba ($\chi^2(\nu)$ > valeur) = α)
où ν est le nombre de degrés de liberté

ν \ α	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

ANNEXE 2

(À rendre avec la copie)

Tableau n° 1

Durée de la location des marchandises restituées avant le terme (150 observations)

Durée de la location (en semaines)	Nombre de cas observés
[20, 30[	4
[30, 40[	7
[40, 50[	13
[50, 60[	25
[60, 70[	21
[70, 80[	33
[80, 90[	23
[90, 100[	16
[100, 110[	5
[110, 120[	2
[120, 130[	1

Tableau n° 2

Éléments de calcul pour le test du χ^2

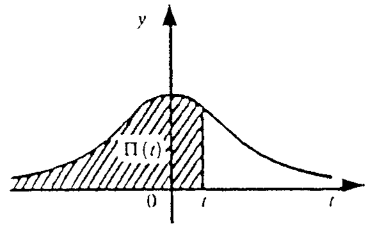
Fréquences théoriques	Effectifs théoriques
0,0228	
0,1498	
0,0919	13,785
0,0440	
0,0166	
0,0062	

8

ANNEXE 3

Loi normale (répartition)

$$\text{Probabilité cumulée } \Pi(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t) = \{\text{Prob}(t < T)\}$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Cas des grandes valeurs de *t*

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
Π(t)	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

NOTA. — La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour $t > 0$. Si t est négatif on prend le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

$$\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$$

CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT, SUR EPREUVES, DE 04 ATTACHES D'ADMINISTRATION DE CATEGORIE A, POUR OCCUPER LES FONCTIONS DE STATISTICIEN-ECONOMISTE

Date : Mardi 09 novembre 1999
Lieu : Institut en Soins Infirmiers « Mathilde FREBAULT »

EPREUVE N° 3

EPREUVE D'ECONOMIE

Durée : 4 heures - Coefficient : 4

SUJET

Peut-on relancer la croissance et créer des emplois par une politique de déficit budgétaire ?

Vous traiterez ce sujet en faisant référence aux conclusions des différentes théories macroéconomiques contemporaines et à votre connaissance des politiques économiques récentes dans les grandes économies contemporaines.