POLYNESIE FRANÇAISE

MINISTERE
DE LA MODERNISATION
DE L'ADMINISTRATION,
*en charge de l'énergie*
*et du numérique*

DIRECTION GENERALE
DES RESSOURCES HUMAINES

............

# CONCOURS EXTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE TECHNICIENS DE CATEGORIE B RELEVANT DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANCAISE

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**Lundi 29 juillet 2019**

**(Durée : 3 heures – coefficient 3)**

Le sujet comporte 12 pages dont une grille de réponses (page de garde incluse).

**Aucun autre document n'est autorisé.**

**La calculatrice n'est pas autorisée.**

**Important :**

- Tous documents personnels ou appareils électroniques non autorisés sont interdits.
- Il vous est rappelé que votre identité ne doit figurer que dans la partie supérieure de la copie d'examen. Toute mention d'identité, de signature, d'initiale ou de paraphe sur toute autre partie de la copie entraînera l'annulation de votre épreuve.
- Seul l'usage d'un stylo noir ou bleu est autorisé (bille, plume ou feutre). L'utilisation d'une autre couleur pour écrire ou souligner est considérée comme un signe distinctif, de même que l'utilisation d'un surligneur.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas prises en compte.
- Tous les candidats doivent remettre une copie, même blanche. Dans cette hypothèse, ils signent leur copie en indiquant "copie blanche".

**Cette épreuve comporte 25 QUESTIONS**

## CONSIGNES

- Tout dispositif électronique est **INTERDIT** (en particulier la calculatrice).
- Les réponses doivent être renseignées sur la feuille « **GRILLE DE REPONSES** » en noircissant la ou les cases correspondantes à votre réponse pour la question considérée.
- Chaque question comporte au plus **2 REPONSES EXACTES**.
- Chaque ligne de la grille de réponse comporte 5 cases A, B, C, D, E. Pour chaque question du sujet, vous aurez 3 choix :
  - Si vous jugez que la question comporte 1 bonne réponse : vous devez cocher une seule case A, B, C ou D.
  - Si vous jugez que la question comporte 2 bonnes réponses : vous devez cocher 2 cases parmi les cases A, B, C ou D.
  - Si vous ne jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez cocher la case E.
- Utilisez votre sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses sur la grille de réponse qu'après vous être soigneusement relu. En cas de doute sur la réponse du candidat, la question sera notée 0 (zéro).

## BAREME

Pour chaque question, le barème suivant sera appliqué :

- 1 point si aucune erreur est commise
- 0,5 point pour 1 erreur
- 0 point pour 2 erreurs ou si aucune case n'est cochée par le candidat
- -0,5 point pour 3 erreurs et plus.

Le terme "erreur" s'entend de la façon suivante : une bonne réponse non cochée ou une mauvaise réponse cochée par le candidat.

## Exercice I

Une population de bactéries se développe chaque jour de la manière suivante : chaque bactérie donne naissance à 2 bactéries ; puis un laborantin introduit un bactéricide qui tue 100 bactéries.

On considère la suite $(U_n)$ qui à tout entier naturel $n$ associe la population de bactéries à la fin du jour $n$. Par exemple, $U_{10}$ est la population de bactéries à la fin du $10^{\text{ème}}$ jour de l'expérience.

**Question 1** - L'expression de $U_{n+1}$ en fonction de $U_n$ sera :

A. $U_{n+1} = 2U_n - 100$

B. $U_{n+1} = 3U_n - 100$

C. $U_{n+1} = 2(U_n - 100)$

D. $U_{n+1} = 3U_n + 100$

**Question 2** – On en déduit que :

A. La suite $(U_n)$ est une suite arithmétique de raison $100$.

B. La suite $(U_n)$ est une suite géométrique de raison $3$.

C. La suite $(U_n)$ est une suite arithmétique de raison $2$.

D. La suite $(U_n)$ est une suite géométrique de raison $-100$.

On considère la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n + a$ $(a \in \mathbb{R})$ et vérifiant la condition suivante : $V_{n+1} = 3V_n$.

**Question 3** - On en déduit la valeur de $a$ :

A. $a = 50$

B. $a = -100$

C. $a = -50$

D. N'importe quelle valeur de $a$ convient pour vérifier la condition.

**Question 4** - On en déduit l'expression générale de $U_n$ :

A. $U_n = 2^n(U_0 - 50) + 100$

B. $U_n = 3^n U_0 + 50$

C. $U_n = 2^n(U_0 - 100) + 100$

D. $U_n = 3^n(U_0 - 50) + 50$

**Question 5** - On en déduit alors que :

A. La population de bactéries reste constante si la population au départ est de 50.

B. La population de bactéries reste constante si la population au départ est de 100.

C. La population de bactéries finira par s'éteindre si et seulement si la population au départ est strictement inférieure à 50.

D. La population de bactéries continuera à croître si la population au départ est strictement supérieure à 33.

| |
|---|
| On pose $U_0 = 45$ bactéries et on donne $\log(3) \simeq 0,5$. |

**Question 6** - La durée au bout de laquelle la population de bactéries finit par s'éteindre est :

A. jamais

B. ~2 jours

C. ~60 jours

D. ~200 jours

## Exercice II

| |
|---|
| Un composant électronique est fabriqué par une chaîne de production.<br>On relève le nombre de composants fabriqués chaque heure par la chaine de production à 5 horaires différents pris au hasard : {25 ; 21 ; 25 ; 19 ; 20}. |

**Question 7** - On calcule que :

A. La moyenne de la série obtenue est de 22.

B. La médiane de la série obtenue est de 20.

C. L'écart-type de la série obtenue est égal à $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

D. L'écart-type de la série obtenue est égal à $\sqrt{\frac{32}{5}}$.

| |
|---|
| La chaîne de production génère 2 défauts appelés « défaut A » et « défaut B ».<br>Au cours d'un contrôle réalisé sur un lot de 200 composants électroniques, on détecte : 14 composants ayant le défaut A ; 22 composants ayant le défaut B. Parmi ces pièces en défaut, 6 pièces ont à la fois le défaut A et B. |

**Question 8** - Le pourcentage de pièces du lot en défaut est de :

A. 7%

B. 12%

C. 18%

D. 22%

| |
|---|
| On considère les évènements suivants :<br>A = {le composant est touché par un défaut de type A}<br>B = {le composant est touché par un défaut de type B} |

**Question 9** - On peut affirmer que :

A. Les événements A et B sont indépendants.

B. Les événements A et B ne sont pas indépendants.

C. Il y a plus de chances pour un composant d'être touché par le défaut B s'il est déjà touché par le défaut A.

D. Il y a moins de chances pour un composant d'être touché par le défaut B s'il est déjà touché par le défaut A.

La politique qualité de l'entreprise impose que la chaîne de production ne génère pas plus de 10% de composants en défaut. On donne $\sqrt{\frac{0,1\times0,9}{200}} \simeq 0,02$.

**Question 10** - On peut affirmer que :

A. Le contrôle effectué montre que le taux de défaut est supérieur à 10%, la chaîne n'est pas conforme.

B. L'écart observé lors du contrôle est dans l'intervalle de fluctuation d'échantillonnage à 95%. On peut supposer que la chaîne est conforme.

C. L'écart observé est hors de l'intervalle de fluctuation d'échantillonnage à 95%. On peut supposer que la chaîne n'est pas conforme.

D. Il y'a moins de 5% de chance que l'écart observé soit dû à une fluctuation d'échantillonnage.

On suppose que la chaîne de production génère 10% de composants en défaut.

**Question 11** - On recherche la probabilité de tirer 20 pièces en défaut sur un échantillon de 100 :

A. Le calcul de probabilité utilise une loi binomiale $\mathfrak{B}(100\,;0,1)$.

B. Le calcul de probabilité utilise une loi binomiale $\mathfrak{B}(20\,;0,1)$.

C. La probabilité de tirer 20 pièces en défaut est supérieure à la probabilité de tirer 15 pièces en défaut.

D. La probabilité de tirer 20 pièces en défaut est inférieure à la probabilité de tirer 15 pièces en défaut.

La durée de vie en années des composants sans défaut est une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité exponentielle de paramètre $\lambda = 0,2$.

**Question 12** - On en déduit que :

A. La durée de vie moyenne des composants sans défaut est de 2 ans.

B. La durée de vie moyenne des composants sans défaut est de 5 ans.

C. La probabilité $P$ pour un composant sans défaut de dépasser 10 ans de durée de vie est $P = 1 - e^{-2}$.

D. La probabilité $P$ pour un composant sans défaut de dépasser 10 ans de durée de vie est $P = 0{,}2 \times e^{-2}$.

| |
|---|
| On suppose que la chaîne de production génère 10% de composant en défaut et produit 20 composants par heures. La durée de vie moyenne des composants en défaut est de 1 an. |

**Question 13** - On peut affirmer que :

A. La durée de vie moyenne des composants produits par la chaine d'assemblage est de 4 ans.

B. La durée de vie moyenne des composants produits par la chaine d'assemblage est de 4,5 ans.

C. La durée de vie moyenne des composants produits par la chaine d'assemblage est de 4,6 ans.

D. En moyenne, la chaine de production produit 20 composants en défaut toutes les 10 heures.

## Exercice III

| |
|---|
| L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. |
| On considère les points $A(1\ ;1\ ;4)$, $B(2\ ;\ -1\ ;0)$ et $C(2\ ;\ 2\ ;\ 1)$. |

**Question 14** – Sélectionner l'(les) affirmation(s) correcte(s) parmi les suivantes :

A. Les points $A, B, C$ sont alignés.

B. Les points $A, B, C$ ne sont pas coplanaires.

C. Le triangle $ABC$ est un triangle rectangle en A.

D. Le triangle $ABC$ est un triangle rectangle en C.

**Question 15** - L'aire $A$ du triangle $ABC$ est égale à :

A. $A = \sqrt{\frac{110}{2}}$

B. $A = 110$

C. $A = \frac{110}{2}$

D. $A = \frac{100}{\sqrt{2}}$

**Question 16** - On peut affirmer que :

A. $||\overrightarrow{AB}|| = 21$

B. $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \frac{11}{21}$

C. $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \sqrt{\frac{11}{21}}$

D. $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{11}}{21}$

**Question 17** - On peut également affirmer que :

A. Le vecteur $\vec{u}(9\ ;-1\ ;3)$ est normal au plan $(ABC)$.

B. Le vecteur $\vec{u}(-10\ ;1\ ;-3)$ est normal au plan $(ABC)$.

C. Un système d'équations paramétriques de la droite $(AB)$ est : $\begin{cases} 1-t \\ 1-2t\ , t \in \mathbb{R}. \\ 4+4t \end{cases}$

D. Un système d'équations paramétriques de la droite $(BC)$ est : $\begin{cases} 2 \\ -1+3t \\ t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

**<u>Question 18</u>** - L'équation cartésienne du plan $(ABC)$ est :

A. $10x + y + 3z = 21$

B. $10x - y + 3z = 0$

C. $10x - y + 3z = 21$

D. $-10x - y + 3z = 0$

| |
|---|
| On considère la droite $(D1)$ d'équation paramétrique $\begin{cases} t \\ 1-3t \\ 1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. |

**<u>Question 19</u>** - Sélectionner l'(les) affirmation(s) correcte(s) parmi les suivantes :

A. La droite $(D1)$ est parallèle au plan $(ABC)$.

B. La droite $(D1)$ est perpendiculaire au plan $(ABC)$.

C. La droite $(D1)$ coupe le plan $(ABC)$ au point $M$ de coordonnées $M(1; 2; 3)$.

D. La droite $(D1)$ coupe le plan $(ABC)$ au point $M$ de coordonnées $M(0; 3; 8)$.

| |
|---|
| On considère la droite $(D2)$ d'équation paramétrique $\begin{cases} 1+t \\ -2+t \\ 3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. |

**<u>Question 20</u>** - On peut affirmer que :

A. Les droites $(D1)$ et $(D2)$ sont sécantes en $N(1\,;2\,;\,-3)$.

B. Les droites $(D1)$ et $(D2)$ sont sécantes en $N(1\,;-2\,;\,3)$.

C. Les droites $(D1)$ et $(D2)$ ne sont pas sécantes.

D. Les droites $(D1)$ et $(D2)$ sont perpendiculaires.

## Exercice IV

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E)$ suivante : $z^3 - (1-i)z^2 + (1-i)z + i = 0$.

**Question 21** - On recherche les solutions de $(E)$ :

A. $(E)$ possède plusieurs solutions imaginaires pures.

B. $z_1 = -i$ est une solution de $(E)$.

C. $z_1 = 0{,}5i$ est une solution de $(E)$.

D. $z_1 = i$ est une solution de $(E)$.

**Question 22** - On en déduit que :

A. $z_2 = e^{\frac{i\pi}{3}}$ est une solution de $(E)$.

B. $z_2 = e^{\frac{i\pi}{6}}$ est une solution de $(E)$.

C. $z_2 = e^{\frac{i\pi}{4}}$ est une solution de $(E)$.

D. $z_2 = e^{\frac{i5\pi}{6}}$ est une solution de $(E)$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit $z_1, z_2$ et $z_3$ les solutions de $(E)$. On considère le point $M_1$ d'affixe $z_1$, $M_2$ d'affixe $z_2$ et $M_3$ d'affixe $z_3$. $z_1$ est un imaginaire pur et $z_2$ a une partie imaginaire positive.

**Question 23** - On peut affirmer que :

A. Le quadrilatère $OM_1M_2M_3$ est un parallélogramme.

B. Le triangle $M_1M_2M_3$ est rectangle.

C. Le triangle $OM_2M_3$ est rectangle en $O$.

D. L'aire du triangle $M_1M_2M_3$ est de $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

**Question 24** - On peut également affirmer que :

A. Le point $M$ d'affixe $e^{\frac{i5\pi}{12}}$ appartient à la médiatrice du segment $[M_1M_2]$.

B. Le point $M$ d'affixe $e^{\frac{-i\pi}{12}}$ appartient à la médiatrice du segment $[M_1M_2]$.

C. Le point $M$ d'affixe $e^{i\frac{\pi}{12}}$ appartient à la médiatrice du segment $[M_1M_2]$.

D. Le point $M$ d'affixe $e^{-i\frac{\pi}{6}}$ appartient à la médiatrice du segment $[M_1M_2]$.

**<u>Question 25</u>** - L'aire $A$ du quadrilatère $OM_1M_2M_3$ est égale à :

A. $A = \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{1}{4}$

B. $A = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}$

C. $A = \frac{1+\sqrt{3}}{4}$

D. $A = \frac{1+4\sqrt{3}}{16}$

## GRILLE DE REPONSES A REMETTRE A LA FIN DE L'EPREUVE

*Le candidat apportera le plus grand soin au remplissage de la feuille de réponses en évitant correcteur et rature. En cas de doute sur la réponse du candidat, la note zéro sera attribuée à la question.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Question 01 | A | B | C | D | E |
| Question 02 | A | B | C | D | E |
| Question 03 | A | B | C | D | E |
| Question 04 | A | B | C | D | E |
| Question 05 | A | B | C | D | E |
| Question 06 | A | B | C | D | E |
| Question 07 | A | B | C | D | E |
| Question 08 | A | B | C | D | E |
| Question 09 | A | B | C | D | E |
| Question 10 | A | B | C | D | E |
| Question 11 | A | B | C | D | E |
| Question 12 | A | B | C | D | E |
| Question 13 | A | B | C | D | E |
| Question 14 | A | B | C | D | E |
| Question 15 | A | B | C | D | E |
| Question 16 | A | B | C | D | E |
| Question 17 | A | B | C | D | E |
| Question 18 | A | B | C | D | E |
| Question 19 | A | B | C | D | E |
| Question 20 | A | B | C | D | E |
| Question 21 | A | B | C | D | E |
| Question 22 | A | B | C | D | E |
| Question 23 | A | B | C | D | E |
| Question 24 | A | B | C | D | E |
| Question 25 | A | B | C | D | E |

GOUVERNEMENT DE LA
POLYNESIE FRANÇAISE

**MINISTERE**
**DE LA SANTE,**
**DE LA PROTECTION SOCIALE GENERALISEE**
**ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,**
***chargé de la prévention,***
***de la réforme de l'administration***
***et de la lutte contre la toxicomanie et l'alcoolisme***

DIRECTION GENERALE
DES RESSOURCES HUMAINES

…………

# CONCOURS EXTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE 23 TECHNICIENS DE CATEGORIE B RELEVANT DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANCAISE

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

## Jeudi 24 juillet 2014

**(Durée : 3 heures – coefficient 3)**

**Aucun autre document n'est autorisé.**

**Matériel autorisé : une calculatrice non programmable.**

Le sujet comporte 8 pages (page de garde incluse).

# Epreuve Mathématiques

**Cette épreuve comporte 20 questions**

**Une calculatrice non programmable est autorisée**

## CONSIGNES

Chaque question comporte au plus 2 réponses.
A chaque question numérotée de 1 à 20, correspond sur la feuille « GRILLE DES REPONSES » une ligne.
Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne vous avez 4 possibilités :

1. Vous décidez de ne pas traiter la question :
   *LA LIGNE DOIT RESTER VIERGE*

2. Vous jugez qu'il y a une seule réponse exacte :
   *VOUS DEVEZ FAIRE UNE CROIX DANS L'UNE DES CASES A , B , C , D.*

3. Vous jugez qu'il y a 2 réponses exactes :
   *VOUS DEVEZ FAIRE UNE CROIX DANS 2 DES CASES A , B , C , D*

4. Vous jugez qu'aucune réponse proposée n'est exacte :
   *VOUS DEVEZ FAIRE UNE CROIX DANS LA CASE E*

## BAREME

Une bonne réponse rapporte 1 point.
Une réponse inexacte enlève 0,5 points.
L'absence de réponse est comptée 0 points
Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

Le total est noté sur 20.

- Question 1 :

Le système d'équations : $\begin{cases} 3x+4y-1=0 \\ -2x+3y+6=0 \end{cases}$, avec $x$ *et* $y$ réels, admet comme solution :

A. $x=-\frac{27}{17}; y=-\frac{16}{17}$
B. $x=\frac{27}{17}; y=\frac{9}{4}$
C. $x=\frac{27}{17}; y=-\frac{16}{17}$
D. $x=\frac{12}{15}; y=-\frac{16}{17}$

- Question 2 :

Le module du nombre complexe $z=7-4i$ avec $i^2=-1$ est :

A. $\sqrt{65}$
B. $\sqrt{33}$
C. $\sqrt{11}$
D. $\sqrt{3}$

- Question 3 :

L'équation $z^2-3z+4=0$, avec $z\in\mathbb{C}$, admet comme solution :

A. $z_1=\frac{3+i\sqrt{5}}{2}; z_2=\frac{3-i\sqrt{5}}{2}$
B. $z_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}; z_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$
C. L'ensemble vide
D. $z=\frac{3+i\sqrt{5}}{2}$

- Question 4 :

La forme générale d'une suite géométrique est :

A. $u_n=u_o q^{n-1}$ $avec\ n\in\mathbb{N}\ et\ q\in\mathbb{R}$
B. $u_n=u_i q^n$ $avec\ n\in\mathbb{N}, i\in\mathbb{N} et\ q\in\mathbb{R}$
C. $u_n=u_i q^{n-i}$ $avec\ n\in\mathbb{N}, i\in\mathbb{N} et\ q\in\mathbb{R}$
D. $u_n=u_{o+}q^n$ $avec\ n\in\mathbb{N}\ et\ q\in\mathbb{R}$

- Question 5 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{3-x}$ avec $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ :

A. $\lim_{x \to 3} f(x) = 0$

B. $\lim_{\substack{x \to 3 \\ x<3}} f(x) = -\infty$

C. $\lim_{\substack{x \to 3 \\ x<3}} f(x) = 0^+$

D. $\lim_{\substack{x \to 3 \\ x<3}} f(x) = +\infty$

- Question 6 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{3-x}$ avec $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ et $f'(x)$ sa dérivée définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ :

A. $f'(x) = \frac{x^2+6x}{(3-x)^2}$

B. $f'(x) = \frac{x^2-6x}{(3-x)^2}$

C. $f'(x) = -2x$

D. $f'(x) = \frac{x(6-x)}{(3-x)^2}$

- Question 7:

La fonction $f(x) = \frac{x^2}{3-x}$ avec $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ :

A. Admet la droite $x = 3$ comme asymptote horizontale

B. Admet la droite $x = -3$ comme asymptote verticale

C. Admet la droite $y = 3$ comme asymptote horizontale

D. Admet la droite $x = 3$ comme asymptote verticale

- Question 8 :

La fonction $f(x) = \frac{x^2}{3-x}$ avec $x \in \mathbb{R} - \{3\}$

A. atteint son maximum au point d'abscisse $x = 6$

B. a une tangente horizontale au point d'abscisse $x = 0$

C. atteint son minimum au point d'abscisse $x = 0$

D. est toujours croissante

- Question 9 :

La fonction $f(x) = 2x + \frac{3}{x} - 4$ définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$

A. admet une asymptote verticale d'équation $y = 0$

B. admet une asymptote oblique au point d'abscisse $x = 0$

C. admet une asymptote oblique d'équation $y = 2(x - 2)$

D. admet une asymptote oblique d'équation $y = 2x$

- Question 10 :

Une primitive de la fonction $g(x) = 4x(x^2 - 1)$ avec $x \in \mathbb{R}$ est :

A. $G(x) = (x^2 - 1)^2 + 7$

B. $G(x) = x^4 + 2x$

C. $G(x) = (x^2 + 1)^2$

D. $G(x) = (x - 1)^2$

- Question 11 :

A. $\int_{-10}^{10} 6x^2\,dx = 0$

B. $\int_{-10}^{10} 6x^2\,dx = 4000$

C. $\int_{-10}^{10} 6x^2\,dx = \int_{10}^{-10} 6x^2\,dx$

D. $\int_{-10}^{10} 6x^2\,dx = 4\int_{0}^{5} 6x^2\,dx$

- Question 12 :

L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $2 + \ln(x + 1) < 0$ est :

A. $S = ]-\infty; e^{-2} - 1]$

B. $S = [-1; e^{-2} - 1]$

C. $S = [0; e^{-2} - 1]$

D. $S = [e^{-2} - 1; 0]$

- Question 13 :

La fonction $h(x) = 3e^{-2x} - 1$

A. ne peut être définie que sur $\mathbb{R}^-$

B. est positive ou nulle pour $x \in \left[\frac{1}{2} ln3; +\infty\right[$

C. est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$

D. ne peut être dérivable que sur $\mathbb{R}^+$

- Question 14 :

  Soient les points $A, B, C$ du plan, de coordonnées $A\left(\frac{1}{4};\frac{3}{8}\right)$, $B\left(0;\frac{1}{8}\right)$ et $C\left(-\frac{1}{4};-\frac{1}{8}\right)$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ :

  A. Les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires
  B. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OC}$ sont colinéaires
  C. Les points O, A, B, C sont alignés
  D. Les points A, B, C sont alignés

- Question 15 :

  Dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, l'équation $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 87$ :

  A. est l'équation d'un cercle de rayon 10
  B. est l'équation d'un cercle de centre $C(2;3)$
  C. est l'équation d'une parabole de sommet $C(2;3)$
  D. est l'équation d'une parabole de sommet $C(2;-3)$

- Question 16 :

  A. Si le produit scalaire de 2 vecteurs est nul alors ils sont colinéaires
  B. Si le produit scalaire de 2 vecteurs est nul alors ils sont orthogonaux
  C. Le produit scalaire de 2 vecteurs est un vecteur
  D. Le produit scalaire de 2 vecteurs est un nombre réel

- Question 17 :

  L'aire du triangle $(ABC)$ tel que $AB = AC = 10$ *et* $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{2\pi}{3}$ est :

  A. $50\sqrt{3}$
  B. $25\sqrt{2}$
  C. la même qu'un triangle équilatéral de coté 10
  D. la même qu'un triangle équilatéral de coté 5

- Question 18 :

  Les notes sur vingt obtenues à un concours sont les suivantes :
  12 ; 15 ; 16 ; 18 ; 03 ; 06 ; 12 ; 12 ; 15 ; 14 ;
  16 ; 09 ; 09 ; 10 ; 11 ; 11 ; 19 ; 08 ; 04 ; 06 ;
  17 ; 12 ; 02 ; 04 ; 15 ; 06 ; 14 ; 16 ; 13 ; 07
  Avec des arrondis au dixième :

  A. la moyenne est de 11.1/20 et la médiane de 11/20
  B. la moyenne est de 12.1/20 et la médiane de 11/20
  C. la moyenne est de 11.0/20 et la médiane de 11.5/20
  D. la moyenne est de 11.1/20 et la médiane de 12/20

- Question 19 :

  Pour une série statistique quelconque :

  A. la variance est proportionnelle à l'étendue
  B. la variance est proportionnelle à l'écart-type
  C. la variance est égale à l'écart-type au carré
  D. la variance est égale à la racine carrée de l'écart-type

- Question 20 :

  Une expérience consiste à lancer deux dés à six faces, numérotées de 1 à 6, non truqués, et d'additionner les numéros des deux faces supérieures.

  A. la probabilité d'obtenir un nombre pair est de $\frac{1}{3}$
  B. la probabilité d'obtenir un 7 est de $\frac{1}{5}$
  C. la probabilité d'obtenir un 3 est de $\frac{1}{6}$
  D. l'espérance mathématique est 7

N° CANDIDAT :

GRILLE DE REPONSES

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| QUESTION 1 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 2 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 3 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 4 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 5 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 6 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 7 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 8 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 9 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 10 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 11 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 12 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 13 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 14 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 15 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 16 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 17 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 18 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 19 | A | B | C | D | E |
| QUESTION 20 | A | B | C | D | E |

PRESIDENCE

SERVICE DU PERSONNEL
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE
…………

POLYNESIE FRANÇAISE

# CONCOURS EXTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE 23 TECHNICIENS DE CATEGORIE B RELEVANT DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANÇAISE

## EPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHEMATIQUES

**Mardi 28 septembre 2010**

**(Durée : 3 heures – coefficient 3)**

**La calculatrice est autorisée**

Le sujet comporte 11 pages (page de garde incluse).

Rendre le sujet avec la copie.

**CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN DE CATEGORIE B**

**SESSION 2010**

# EPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux parties :

**Partie I :** QCM de 30 questions sur 30 points.

**Partie II :** 3 exercices :

- exercice 1 sur 9 points
- exercice 2 sur 15 points
- exercice 3 sur 6 points

La note finale sera ramenée sur **20 points**.

La calculatrice est autorisée.

## ATTENTION :

Chaque question du QCM peut comporter une ou deux réponses et toute réponse fausse entraîne une pénalité de **-0,5 point** dans la note.

Répondez au QCM sur le « document réponse » prévu à cet effet en page 11/11

Mettez une croix dans la ou les case(s) que vous jugez correcte(s).

Pour les exercices de la partie II, **toute réponse non encadrée ne sera pas prise en compte.**

# PARTIE I : QCM

**Question 1** : Une urne contient six boules dont cinq boules rouges et une boule noire. On effectue au hasard des tirages successifs et sans remise d'une boule et on s'arrête dès qu'on a tiré la boule noire. Quelle est la probabilité p d'avoir à effectuer six tirages avant de s'arrêter ?

a) $p = 1$ b) $p = \frac{1}{36}$ c) $p = \frac{1}{6}$ d) $p = \frac{5}{6}$

**Question 2** : La combinaison d'un coffre fort est composée des chiffres de 0 à 9 et des lettres A et B. Le nombre de codes constitués de quatre chiffres distincts est :

a) 1080 b) 10 000 c) 210 d) 5040

**Question 3** : Un joueur lance une fois un dé bien équilibré. Il gagne 10 euros si le dé marque 1, il gagne 1 euro si le dé marque 2 ou 4. Il ne gagne rien dans les autres cas. Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur. Quelle est la variance de X ?

a) 2 b) 13 c) 16 d) 17

**Question 4** : Soit le nombre $A = 111\,111\,111\,111\,111\,111 - 222\,222\,222$.

a) $\sqrt{A} = 111\,222\,111$ b) $\sqrt{A} = 999\,999$

c) $\sqrt{A} = 333\,333\,333$ d) $\sqrt{A} = 222\,111\,222$

**Question 5** : Pour tout couple ( a , b ) de nombres réels, on a :

a) $a^2 + b^2 \geq a + b$ b) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$

c) $\left(\sqrt{ab}\right)^2 \geq 0$ d) $(a+b)^2 \geq (a-b)^2$

**Question 6** : On pose : $A = \dfrac{\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}}$. A est égale à :

a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ c) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ d) $\frac{1}{2}$

**Question 7** : L'équation $Z^2 + 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$ admet pour solution dans l'ensemble des nombres complexes :

a) $Z_1 = 2\sqrt{3} + i$ et $Z_2 = 2\sqrt{3} - i$

b) $Z_1 = -\sqrt{3} + i$ et $Z_2 = -\sqrt{3} - i$

c) $Z_1 = \sqrt{3} - i$ et $Z_2 = \sqrt{3} + i$

d) $Z_1 = \sqrt{3} - 2i$ et $Z_2 = \sqrt{3} + i$

**Question 8** : On considère les deux nombres complexes $Z_1 = \dfrac{i-1}{\sqrt{2}}$ et $Z_2 = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}$

a) $(Z_1)^4 = 1$

b) $(Z_2)^3 = 1$

c) $\dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}}$

d) Il existe un entier naturel n tel que $Z_1^n = 1$ soit un imaginaire pur.

**Question 9** : Quel est l'ensemble S des solutions complexes de l'équation $2z + 5\bar{z} = 7 + i$ :

a) $S = \{a + i; a \in \mathbb{R}\}$

b) $S = \left\{\dfrac{3+i}{3}\right\}$

c) $S = \left\{\dfrac{3-i}{3}\right\}$

d) $S = \left\{\dfrac{3-i}{3}; \dfrac{3+i}{3}\right\}$

**Question 10** : Soient $Z = \dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$, $Z' = 1 - i$, $Z'' = \dfrac{5}{6}$. Le nombre complexe Z'' est égal à :

a) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + i\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

b) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} - i\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

c) $\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4}i\right)\sqrt{2} + \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}i\right)\sqrt{6}$

d) $\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4}i\right)\sqrt{2} + \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}i\right)\sqrt{6}$

**Question 11** : L'écriture exponentielle de $Z = \dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ est :

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\pi/6}$

b) $\dfrac{1}{2}e^{-i\pi/6}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\pi/6}$

d) $\sqrt{2}e^{-i\pi/6}$

**Question 12** : La forme trigonométrique de $Z'' = \dfrac{\dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}}{1-i}$ est :

a) $\frac{1}{2}( \cos \frac{-\pi}{12} + \mathrm{i} \sin \frac{-\pi}{12})$ b) $\frac{1}{2}( \cos \frac{\pi}{12} + \mathrm{i} \sin \frac{\pi}{12})$

c) $\frac{1}{2} ( \cos \frac{5\pi}{12} + \mathrm{i} \sin \frac{5\pi}{12})$ d) $( \cos \frac{\pi}{12} + \mathrm{i} \sin \frac{\pi}{12})$

**Question 13** : $\cos x \sin^2 x$ est égale à :

a) $\frac{1}{4}\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x$ b) $\frac{1}{4}\cos x - \frac{1}{4}\cos 3x$

c) $\frac{1}{4}\cos x - \cos 3x$ d) $-\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x$

**Question 14** : Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{\pi}{3}$.On a alors :

a) $Z^{14} = - 128\sqrt{3} - 128\mathrm{i}$ b) $Z^{14} = 64 - 64\mathrm{i}$

c) $Z^{14} = -64 + 64\mathrm{i}\sqrt{3}$ d) $Z^{14} = - 128 + 128\mathrm{i}\sqrt{3}$

**Question 15** : Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Une primitive de f est F définie par :

a) $F(x) = \ln(x^2+2)$ b) $F(x) = \frac{\ln(x^2+2)}{2}$

c) $F(x) = \frac{1}{2}\ln x + 2$ d) $F(x) = \ln\left(\frac{x^2+2}{2}\right)$

**Question 16** : On pose f la fonction définie sur R par $f(x) = \left(4x^2 - 2x + 1\right)e^{2x}$. Une primitive F de f est de la forme $F(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)e^{2x}$ où a, b et c sont 3 réels tels que :

a) a = 1 ; b = 2 ; c = 0 b) a = 2 ; b = -3 ; c = 2

c) a = 4 ; b = 2 ; c = 1 d) a = -4 ; b = -2 ; c = 4

**Question 17** : L'intégrale $G=\int_{\pi/6}^{\pi/4}\cos 2x.dx$ est égale à :

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}$ c) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}$

**Question 18** : Calculer : $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}}\frac{4x}{x^2+1}dx$

a) $2\ln 3$ b) $4\ln 5+1$ c) $\ln\sqrt{3}$ d) $\ln\sqrt{3}+1$

**Question 19** : Calculer : $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\sin^2 x\,dx$

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) 0

**Question 20** : Calculer : $\int_1^e\frac{1}{x}(\ln x)^2\,dx$

a) $\frac{1+e}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $e-1$ d) $\frac{2}{3}$

**Question 21** : L'équation $e^{2x}-3e^x-4=0$ admet dans $\mathbb{R}$ :

a) 0 solution b) 1 solution c) 2 solutions d) plus de 2 solutions

**Question 22** : Quel est l'ensemble des solutions réelles de l'inéquation suivante :

$2\ln(2-x)-\ln(x+\frac{1}{2})\leq 3\ln 2$

a) $[0;2[$ b) $[0;12]$ c) $\left]\frac{-1}{2};2\right[$ d) $\left]\frac{-1}{2};0\right]\cup]2;12]$

**Question 23** : $\lim_{x\to+\infty}\frac{2e^x-1}{e^x+2}$ est :

a) 1 b) 2 c) $+\infty$ d) $\frac{-1}{2}$

**Question 24** : Soit la fonction définie sur R par $f(x)=\ln(x^2+1)$. Une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 est :

a) $y=x+\ln 2-1$ b) $y=x-1$ c) $y=x+\ln 2$ d) $y=x+1+\ln 2$

**Question 25** : Soit la fonction f définie sur $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ par : $f(x)=\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$. La dérivée de la fonction f s'écrit :

a) $f'(x)=\frac{4x}{x^4+1}$ b) $f'(x)=\frac{4x}{(x^2+1)^2}$

c) $f'(x)=\frac{4x}{(x^2-1)^2}$ d) $f'(x)=\frac{4x}{x^4-1}$

**Question 26** : Soit la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\ln\left(e^{2x}+2e^{-x}\right)$. Pour tout x positif, la fonction f peut s'écrire :

a) $\ln(e^{2x})+2\ln(e^{-x})$ b) $2x-\ln(2e^{-x})$

c) $2x+\ln(1+2e^{-3x})$ d) $\ln(e^{2x}).\ln(2e^{-x})$

**Question 27** : $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme 4 et de raison 3. Alors la somme des 15 premiers termes de cette suite est :

a) 248 b) 375 c) 570 d) 907

**Question 28** : $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme $V_O$= 264 et de raison -2. Le rang n pour lequel $V_n=0$ est le rang :

a) 28 b) 140 c) 132 d) 133

**Question 29** : La somme des 6 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 8 est 15,75. La raison de cette suite est :

a) 0,75 b) 2 c) $\frac{1}{4}$ d) 0,5

**Question 30** : La somme de tous les multiples de trois entre 0 et 2010 vaut :

a) 6 369 b) 224 785 c) 674 365 d) 121 263 336

## PARTIE II : Exercices

**<u>Exercice 1</u>** : Mareva est embauchée le 1er janvier 2005 avec un salaire de 142000 Fcp. Son contrat prévoit une augmentation mensuelle de salaire. Plus précisément le salaire de Mareva est multiplié chaque mois par 1,007. En mettant tous ses salaires de coté, à quelle date Mareva aura accumulé 20 millions de Fcp.

***Cadre réservé à la justification***

**<u>Réponse</u> : Mareva aura accumulé 20 millions de francs pour la première fois au mois d'**

**………………………………………………………………………………………**

**Exercice 2** : Soit $f$ et $g$ les fonctions respectivement définies sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = e^x \cos x$ et $g(x) = e^x \sin x$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de $f$ et de $g$ sur $\mathbb{R}$ .
2) Déterminer les limites de $f$ et $g$ en $-\infty$.
3) Déterminer les dérivées $f'$ et $g'$ de $f$ et de $g$.
4) En déduire une primitive de $(f+g)$ et une primitive de $(f-g)$. En déduire une primitive de $f$ et une primitive de $g$.

***Tous les résultats devront être encadrés***

**Exercice 3** : Problème

Teva est parti pêcher en mer, mais au retour, son bateau tombe en panne au point B alors qu'il voit la côte au loin. A l'aide d'un rapporteur, il mesure l'angle $\widehat{QBE}$ qu'il y a entre l'église et le quai de sa commune, il mesure $\widehat{QBE} = 14°$. Il appelle son frère Taaroa resté au quai qui lui mesure l'angle $\widehat{BQE}$ entre son bateau et le clocher de l'église. Taaroa lui annonce alors 26°.Teva sait qu'il y a tout juste 3 km entre l'église E et le quai Q.

Trouver la distance BQ qu'il reste a Teva pour rentrer au quai.

(*On rappelle que le triangle BQE n'est pas forcément rectangle).*

| ***Cadre réservé à la justification*** |
| --- |
| |

| |
| --- |
| **Réponse : La distance séparant Teva du quai est d'environ** |
| ............................................................................................................... |

# Document réponse pour le QCM.

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| Question 1 | | | | |
| Question 2 | | | | |
| Question 3 | | | | |
| Question 4 | | | | |
| Question 5 | | | | |
| Question 6 | | | | |
| Question 7 | | | | |
| Question 8 | | | | |
| Question 9 | | | | |
| Question 10 | | | | |
| Question 11 | | | | |
| Question 12 | | | | |
| Question 13 | | | | |
| Question 14 | | | | |
| Question 15 | | | | |
| Question 16 | | | | |
| Question 17 | | | | |
| Question 18 | | | | |
| Question 19 | | | | |
| Question 20 | | | | |
| Question 21 | | | | |
| Question 22 | | | | |
| Question 23 | | | | |
| Question 24 | | | | |
| Question 25 | | | | |
| Question 26 | | | | |
| Question 27 | | | | |
| Question 28 | | | | |
| Question 29 | | | | |
| Question 30 | | | | |

MINISTERE
DU TRAVAIL, DE L'EMPLOI,
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,
*chargé de la réforme de l'administration,*
*des relations avec l'Assemblée de Polynésie française*
*et le Conseil économique, social et culturel*

SERVICE DU PERSONNEL
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

POLYNESIE FRANÇAISE

# CONCOURS EXTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE 38 TECHNICIENS DE CATEGORIE B

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES SE RAPPORTANT AU PROGRAMME DU BACCALAUREAT TECHNIQUE (DUREE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

**Le Lundi 21 novembre 2005 de 08h00 à 11h00.**

**L'usage de la calculatrice est autorisé.**

Le sujet comporte 2 pages.

**CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN**
**CATEGORIE B**

# MATHEMATIQUES

*( L'usage de la calculatrice est autorisé )*

## EXERCICE 1

**Factoriser :**

$A = x(2x-3) + 3 - 2x$

$B = (x^2 - 9)^2 - (x+3)^2$

## EXERCICE 2

**On considère le tableau de répartition des tailles pour un échantillon de 1000 hommes et de 1000 femmes adultes :**

| Taille en cm | Hommes | Femmes |
|---|---|---|
| $140 \leqslant t < 150$ | 10 | 38 |
| $150 \leqslant t < 160$ | 36 | 360 |
| $160 \leqslant t < 170$ | 383 | 531 |
| $170 \leqslant t < 195$ | 571 | 71 |

**Dans cet échantillon,**

1) **Quel est le nombre d'adultes de taille strictement inférieure à 170 cm ?**
2) **Quel est le nombre de femmes dont la taille est supérieure ou égale à 160 cm ?**
3) **Calculer le pourcentage d'hommes dont la taille est strictement inférieure à 160 cm .**

## EXERCICE 3

**Soit la fonction numérique f définie sur** $[\,1\,;+\infty\,[$ **par :** $f(x) = \dfrac{2x^2-x+1}{x}$.

**Soit (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé** $(O\ \vec{i}, \vec{j})$ **( unité : 1 cm ).**

1) **a) Déterminer la limite de f en** $+\infty$
   **b) Etudier le sens de variation de f.**
   **c) Dresser le tableau de variation de f.**

2) a) Montrer qu'il existe des réels a, b, c tels que pour tout $x \neq 0$,

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$$

b) Etudier la position de la courbe ( C ) par rapport à la droite $\Delta$ d'équation : $y = 2x - 1$

3) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe ( C ) au point A d'abscisse 2 dans le repère

4) Tracer ( C ) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ pour x appartenant à $[1 ; 5]$.

5) Calculer, en $cm^2$, à $10^{-2}$ près par défaut, l'aire de la partie du plan limitée par (C ), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

## EXERCICE 4

Au bout d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie à chacun des 120 spectateurs. Parmi les 120 billets distribués, 3 donnent droit à 4 places gratuites, 6 donnent droit à 2 places gratuites, 18 donnent droit à 1 place gratuites et les autres billets ne gagnent rien.

1) Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner exactement 2 places gratuites ?
2) Quelle est la probabilité pour un spectateur de ne rien gagner ?
3) X est la variable aléatoire désignant le nombre de places gratuites avec un billet ?
   a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b) Déterminer, sous forme d'un tableau, la loi de probabilité de X ?
   c) Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner au moins 2 places gratuites ?

## EXERCICE 5

On considère le polynôme : $P(x) = 2x^3 - 15x^2 + 6x + 7$

1) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$. En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$.
2) Résoudre dans R , chacune des équations suivantes :
   a) $2(\ln x)^3 - 15(\ln x)^2 + 6\ln x + 7 = 0$ ( conseil : poser $X = \ln x$ )
   b) $2e^{3x} - 15e^{2x} + 6e^{x} + 7 = 0$ ( conseil poser : $X = e^x$ )