MINISTERE
DE LA MODERNISATION
DE L'ADMINISTRATION,
en charge de l'énergie
et du numérique

POLYNESIE FRANÇAISE

DIRECTION GENERALE
DES RESSOURCES HUMAINES

....

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE TECHNICIENS DE CATEGORIE B RELEVANT DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANCAISE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Lundi 29 juillet 2019

(Durée : 3 heures – coefficient 3)

Le sujet comporte 10 pages dont une grille de réponses (page de garde incluse).

Aucun autre document n'est autorisé.

<u>La calculatrice n'est pas autorisée.</u>

<u>Important :</u>

- Tous documents personnels ou appareils électroniques non autorisés sont interdits.
- Il vous est rappelé que votre identité ne doit figurer que dans la partie supérieure de la copie d'examen. Toute mention d'identité, de signature, d'initiale ou de paraphe sur toute autre partie de la copie entraînera l'annulation de votre épreuve.
- Seul l'usage d'un stylo noir ou bleu est autorisé (bille, plume ou feutre). L'utilisation d'une autre couleur pour écrire ou souligner est considérée comme un signe distinctif, de même que l'utilisation d'un surligneur.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas prises en compte.
- Tous les candidats doivent remettre une copie, même blanche. Dans cette hypothèse, ils signent leur copie en indiquant "copie blanche".

Cette épreuve comporte 25 QUESTIONS

CONSIGNES

- Tout dispositif électronique est **INTERDIT** (en particulier la calculatrice).
- Les réponses doivent être renseignées sur la feuille « **GRILLE DE REPONSES** » en cochant la ou les cases correspondantes à votre réponse pour la question considérée.
- Chaque question comporte au plus **2 REPONSES EXACTES**.
- Chaque ligne de la grille de réponse comporte 5 cases A, B, C, D, E. Pour chaque question du sujet, vous aurez 3 choix :
  - Si vous jugez que la question comporte 1 bonne réponse : vous devez cocher une seule case A, B, C ou D.
  - Si vous jugez que la question comporte 2 bonnes réponses : vous devez cocher 2 cases parmi les cases A, B, C ou D.
  - Si vous ne jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez cocher la case E.
- Utilisez votre sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses sur la grille de réponse qu'après vous être soigneusement relu. En cas de doute sur la réponse du candidat, la question sera notée 0.

BAREME

Pour chaque question, le barème suivant sera appliqué :

- 1 point si aucune erreur est commise
- 0,5 point pour 1 erreur
- 0 point pour 2 erreurs ou si aucune case n'est cochée par le candidat
- -0,5 point pour 3 erreurs et plus

Le terme "erreur" s'entend de la façon suivante : une bonne réponse non cochée ou une mauvaise réponse cochée par le candidat.

Exercice I

Soit $\theta \in \mathbb{R}$. On considère l'équation (E) d'inconnue z : $z^2 - 2cos\theta \times z + 1 = 0$.

Question 1 - On peut affirmer que :

A. Les solutions de (E) sont complexes conjuguées.

B. Les solutions de (E) sont réelles conjuguées.

C. Le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = -\sin^2\theta$.

D. Les solutions de (E) ne sont jamais des nombres réels.

On pose $\theta = \frac{\pi}{3}$.

Question 2 - Les solutions de (E) sont alors :

A. $z_1 = \frac{1}{2}$ et $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ et $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$

C. $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}$

D. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

Soit z_1 la solution de (E) pour $\theta = \frac{\pi}{3}$ avec une partie imaginaire positive.

On pose $z_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$.

Question 3 - On calcule $Z=\frac{z_1}{z_3}$:

A. $Z = e^{i\frac{\pi}{12}}$

B. $Z = e^{-i\frac{5\pi}{12}}$

C. $Z = e^{i\frac{5\pi}{12}}$

D. $Z = e^{i\frac{13}{12}\pi}$

Question 4 - On en déduit :

A. $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

B. $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

C. $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

D. $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

Question 5 - On en déduit également :

A. $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

B. $sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

C. $cos\left(\frac{17\pi}{12}\right) = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

D. $sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

On pose $\theta \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ et z_1 et z_2 solutions de (E). Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère le point A d'affixe $z = -1$, le point M_1 d'affixe z_1 et le point M_2 d'affixe z_2.

Question 6 - On recherche l'aire $A(\theta)$ du triangle AM_1M_2 :

A. $A(\theta) = \sin(\theta)\cos(\theta)$

B. $A(\theta) = \sqrt{1-\cos^2(\theta)} \times (1+\cos(\theta))$

C. $A(\theta) = \sin(\theta)(1-\cos(\theta))$

D. $A(\theta) = \cos(\ \theta)\sin(2\theta)$

Question 7 - On recherche la valeur θ_m de θ pour laquelle l'aire $A(\theta)$ est maximum :

A. $\theta_m\ = \pi/6$

B. $\theta_m\ = \pi/3$

C. $\theta_m = \pi/2$

D. $\theta_m = \pi$

Exercice II

La durée de vie d'une ampoule LED est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}1$.

Question 8 - La probabilité P_1 que l'ampoule LED fonctionne toujours après 3 ans est :

A. $P_1 = e^{0,3}$
B. $P_1 = e^{-0,3}$
C. $P_1 = 1 + e^{0,3}$
D. $P_1 = 1 - e^{-0,3}$

Question 9 - La durée de vie moyenne d'une ampoule LED est de :

A. 0,1 an
B. 1 an
C. 8 ans
D. 10 ans

Une chaîne de production produit des ampoules LED.

Le temps de fabrication en minutes d'une ampoule LED est une variable aléatoire X qui suit une loi de probabilité uniforme sur l'intervalle [2 ; 5].

Question 10 - La fonction f de densité de cette loi de probabilité est définie sur [2 ; 5] par :

A. $f(x) = \frac{1}{3}$
B. $f(x) = x - 2$
C. $f(x) = \frac{x}{3}$
D. $f(x) = 5x - 2$

Question 11 - Le temps de fabrication moyen d'une ampoule LED sur cette chaîne de production est :

A. 2 minutes
B. 3 minutes
C. 5 minutes
D. 7 minutes

Question 12 - La variance V de la variable aléatoire X est égale à :

A. $V(X) = \int_2^5 \frac{(x-3,5)^2}{3} dx$

B. $V(X) = \int_2^5 \frac{(x-5)x^2}{3} dx$

C. $V(X) = 0,75$

D. $V(X) = 1,5$

L'objectif de la chaîne de production est de produire seulement 5% d'ampoules LED en défaut.

Lors d'un contrôle, on relève 7 LEDs en défaut sur un lot de 100 LEDs prélevées au hasard.

Question 13 - On étudie la probabilité P_2 de cet évènement :

A. $P_2 = 7\%$

B. Pour calculer P_2, on utilise une loi binomiale $\mathfrak{B}(7 ; 0,05)$.

C. Pour calculer P_2, on utilise une loi binomiale $\mathfrak{B}(100 ; 0,05)$.

D. P_2 suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 5$.

On donne $\sqrt{\frac{0,05\times0,95}{100}} \simeq 0,02$.

Question 14 - On s'interroge sur la conformité de la chaîne de production :

A. La chaine de production est non conforme car le taux de défaut constaté est de 7%.

B. La chaine de production est conforme car le taux de défaut constaté est dans l'intervalle $[0,05 - \sqrt{\frac{0,05\times0,95}{100}} ; 0,05 + \sqrt{\frac{0,05\times0,95}{100}}]$.

C. Ce contrôle ne permet pas de considérer que la chaine est non conforme car la fréquence constatée est dans l'intervalle de fluctuation à 95%.

D. Il y a plus de 95% de chance que la chaine soit non conforme.

On admet que le taux de défaut sur la chaîne de production est de 5%. Une ampoule LED en défaut ne fonctionne jamais.

Question 15 - Le temps de fonctionnement moyen des ampoules LEDs produites sur la chaîne de production est de :

A. 9,5 ans

B. 5,5 ans

C. 10 ans

D. 20 ans

La chaîne de production produit à un rythme de 100 LEDs par heure. Son taux de défaut est de 5%.

Chaque fois qu'on augmente ce rythme de 10 LEDs/heure, on constate que le taux de défaut augmente de +1%. Par exemple, pour une production de 110 LEDs/heure, on obtient un taux de défaut de 5%+1%=6%.

On pose n le nombre de fois où on augmente le rythme de production de 10 LEDs/heure ($n \in \mathbb{N}$).

Question 16 - Le nombre $N(n)$ de LEDs conformes (i.e. non en défaut) produites chaque heure est donné par :

A. $N(n) = (100 + 10n) \times 0{,}95n$

B. $N(n) = (100 - 10n) \times (0{,}95 - n)$

C. $N(n) = 100 \times \frac{n}{10} \times \left(0{,}95 - \frac{n}{100}\right)$

D. $N(n) = (100 + 10n) \times (0{,}95 - \frac{n}{100})$

Question 17 - On en déduit le rythme de production qui permet de maximiser le nombre de LEDs conformes produites chaque heure :

A. 100 LEDs/heure

B. 225 LEDs/heure

C. 350 LEDs/heure

D. 525 LEDs/heure

Exercice III

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 + x - 6$.

Question 18 : Sélectionner l'(les) affirmation(s) correcte(s) parmi les suivantes :

A. Le discriminant de P est négatif.

B. Le discriminant de P est un entier naturel.

C. Les racines de P sont des imaginaires purs.

D. Les racines de P sont des nombres réels.

Soit I l'intervalle de définition de la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x^2+x-6}\right)$.

Question 19 : Sélectionner l'(les) affirmation(s) correcte(s) parmi les suivantes :

A. $]-\infty\,; 1[\subset I$

B. $]-\infty\,; -3[\subset I$

C. $]1\,; 2[\subset I$

D. $]-3\,; 2[\subset I$

Question 20 - On étudie les limites de la fonction f :

A. $\lim_{x\to -3} f(x) = +\infty$

B. $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$

C. $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$

D. $\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$

Question 21 - On étudie les asymptotes de la courbe de f dans un repère orthonormé :

A. $y = -3$ est une asymptote horizontale.

B. $y = 1$ est une asymptote verticale.

C. $x = 2$ est une asymptote verticale.

D. La courbe de f n'admet pas d'asymptote.

Question 22 - On recherche le valeurs x_1 et x_2 pour lesquels $f(x_1) = f(x_2) = 0$:

A. $x_1 = -3$ et $x_2 = 2$

B. $x_1 = x_2 = 1$

C. $x_1 = 1 + 2\sqrt{3}$ et $x_2 = 1 - 2\sqrt{3}$

D. $x_1 = -1 - 3\sqrt{2}$ et $x_2 = -1 + 3\sqrt{2}$

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R} - \{-3; 2\}$ par $h(x) = \frac{1-x}{x^2+x-6}$.

Question 23 - On recherche la dérivée h' de la fonction h :

A. $h'(x) = -\frac{1}{(x^2+x+6)^2}$

B. $h'(x) = \frac{x^2-2x+5}{(x^2+x-6)^2}$

C. $h'(x) = \frac{-2x^2+x+1}{(x^2+x-6)^2}$

D. $h'(x) = \frac{-3x^2-5}{(x^2+x-6)^2}$

Question 24 - On en déduit la dérivée f'de la fonction f :

A. $f'(x) = \frac{x^2-2x+5}{(x^2+x-6)(1-x)}$

B. $f'(x) = \frac{-3x^2-5}{(x^2+x-6)(1-x)}$

C. $f'(x) = \frac{-2x^2+x+1}{(x^2+x-6)(1-x)}$

D. $f'(x) = \frac{(-2x^2+x+1)(1-x)}{(x^2+x-6)^2}$

Question 25 - On en déduit que :

A. f est monotone sur l'intervalle $]1; 2[$

B. f est strictement décroissante sur l'intervalle $]1; 2[$

C. f admet un minimum sur l'intervalle]1 ;2[

D. f est strictement croissante sur l'intervalle]1 ;2[

GRILLE DE REPONSES A REMETTRE A LA FIN DE L'EPREUVE

Le candidat apportera le plus grand soin au remplissage de la feuille de réponses en évitant correcteur et rature. En cas de doute sur la réponse du candidat, la note zéro sera attribuée à la question.

Question 01	A	B	C	D	E
Question 02	A	B	C	D	E
Question 03	A	B	C	D	E
Question 04	A	B	C	D	E
Question 05	A	B	C	D	E
Question 06	A	B	C	D	E
Question 07	A	B	C	D	E
Question 08	A	B	C	D	E
Question 09	A	B	C	D	E
Question 10	A	B	C	D	E
Question 11	A	B	C	D	E
Question 12	A	B	C	D	E
Question 13	A	B	C	D	E
Question 14	A	B	C	D	E
Question 15	A	B	C	D	E
Question 16	A	B	C	D	E
Question 17	A	B	C	D	E
Question 18	A	B	C	D	E
Question 19	A	B	C	D	E
Question 20	A	B	C	D	E
Question 21	A	B	C	D	E
Question 22	A	B	C	D	E
Question 23	A	B	C	D	E
Question 24	A	B	C	D	E
Question 25	A	B	C	D	E

GOUVERNEMENT DE LA POLYNESIE FRANÇAISE

MINISTERE
DE LA SANTE,
DE LA PROTECTION SOCIALE GENERALISEE
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,
chargé de la prévention,
de la réforme de l'administration
et de la lutte contre la toxicomanie et l'alcoolisme

DIRECTION GENERALE
DES RESSOURCES HUMAINES

....

CONCOURS INTERNE ET D'INTEGRATION POUR LE RECRUTEMENT DE 12 TECHNICIENS DE CATEGORIE B RELEVANT DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANCAISE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Lundi 28 juillet 2014

(Durée : 3 heures – coefficient 3)

Aucun autre document n'est autorisé.

Matériel autorisé : une calculatrice non programmable.

Le sujet comporte 8 pages (page de garde incluse).

Epreuve Mathématiques

Cette épreuve comporte 20 questions

Une calculatrice non programmable est autorisée

CONSIGNES

Chaque question comporte au plus 2 réponses.
A chaque question numérotée de 1 à 20, correspond sur la feuille « GRILLE DES REPONSES » une ligne.
Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne vous avez 4 possibilités :

1. Vous décidez de ne pas traiter la question :
   LA LIGNE DOIT RESTER VIERGE

2. Vous jugez qu'il y a une seule réponse exacte :
   VOUS DEVEZ FAIRE UNE CROIX DANS L'UNE DES CASES A , B , C , D.

3. Vous jugez qu'il y a 2 réponses exactes :
   VOUS DEVEZ FAIRE UNE CROIX DANS 2 DES CASES A , B , C , D

4. Vous jugez qu'aucune réponse proposée n'est exacte :
   VOUS DEVEZ FAIRE UNE CROIX DANS LA CASE E

BAREME

Une bonne réponse rapporte 1 point.
Une réponse inexacte enlève 0,5 points.
L'absence de réponse est comptée 0 points
Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

Le total est noté sur 20.

- Question 1 :

  L'ensemble des solutions de l'équation $|x-3| \geq 2$, avec x réel, est :

  A. $S =]-\infty; 1]$

  B. $S =]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$

  C. $S = [5; +\infty[$

  D. $S = \emptyset$ $(ensmble\ vide)$

- Question 2 :

  Soit le nombre complexe z de module r et argument θ :

  A. $z + \bar{z} = 2\cos\theta$

  B. $z\bar{z} = r$

  C. $\frac{z}{\bar{z}} = re^{2i\theta}$

  D. $z - \bar{z} = 2r\sin\theta$

- Question 3 :

  L'ensemble des solutions de l'équation $z^3 = 1$, avec $z \in \mathbb{C}$ est :

  A. $S = \{1\}$

  B. L'ensemble vide

  C. $S = \left\{\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}; \cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}; e^{2i\pi}\right\}$

  D. $S = \{1; -i; i\}$

- Question 4

  Soit $\{u_n\}$ avec $n \in \mathbb{N}$, une suite arithmétique de raison r, $u_{10} = -\frac{19}{3}$ et $u_{15} = -\frac{29}{3}$:

  A. $u_0 = -\frac{1}{3}$

  B. $r = \frac{2}{3}$

  C. $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$

  D. $\{u_n\}$ est une suite décroissante

- Question 5 :

  Soit la suite $\{u_n\}$ avec $n \in \mathbb{N}$, définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n+1}$

  A. Les termes de cette suite sont négatifs à partir d'un certain rang

  B. C'est une suite divergente

  C. $u_{20} = \frac{1}{19}$

  D. $\frac{1}{u_n}$ est une suite arithmétique

- Question 6 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

A. On ne peut la définir que dans l'intervalle $]0; +\infty[$
B. C'est une fonction paire
C. L'origine du repère est un centre de symétrie pour sa courbe représentative
D. L'axe des ordonnées est un axe de symétrie pour sa courbe représentative

- Question 7:

Soit la fonction $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

A. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$
B. $\lim_{x \to -\infty} f(x) + 1 = 0$
C. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$
D. la droite d'équation $y = -1$ est une asymptote à la courbe de f en $+\infty$

- Question 8 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ et $f'(x)$ sa dérivée

A. f n'est pas dérivable sur $\mathbb{R}^-$
B. Il existe 2 points de la courbe qui ont une tangente horizontale
C. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
D. est toujours décroissante

- Question 9 :

Soit la fonction $f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$.

A. f est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$
B. f admet un maximum local au point d'abscisse $\frac{1}{3}$
C. f coupe trois fois l'axe des abscisses
D. L'équation $f(x) = 0$ a une solution positive

- Question 10 :

Une primitive de la fonction $g(x) = 8x(x^2 - 1)$ avec $x \in \mathbb{R}$ est :

A. $G(x) = 2(x^2 - 1)^2 + 7$
B. $G(x) = x^4 + 2x$
C. $G(x) = (x^2 + 1)^2$
D. $G(x) = (x - 1)^2$

- <u>Question 11 :</u>

  Soit la fonction $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

  A. $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx > 0$

  B. $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx < 0$

  C. $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx = 0$

  D. $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} f(x)\,dx$

- <u>Question 12 :</u>

  L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $4 + \ln(x+1) < 0$ est :

  A. $S =]-\infty; e^{-4} - 1]$

  B. $S = [-1; e^{-4} - 1]$

  C. $S = [0; e^{-4} - 1]$

  D. $S = [e^{-4} - 1; 0]$

- <u>Question 13 :</u>

  La fonction $h(x) = 2e^{-2x} - 1$

  A. ne peut être définie que sur $\mathbb{R}^-$

  B. est positive ou nulle pour $x \in \left[\frac{1}{2} ln2; +\infty\right[$

  C. est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$

  D. ne peut être dérivable que sur $\mathbb{R}^+$

- <u>Question 14 :</u>

  Soient les points *A, B, C* du plan, de coordonnées

  $A\left(1\,;\frac{3}{2}\right), B\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$ et $C\left(-1\,;-\frac{1}{2}\right)$ dans le repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$:

  A. Les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires

  B. Les points A, B, C sont alignés

  C. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OC}$ sont colinéaires

  D. Les points O, A, B, C sont alignés

- <u>Question 15 :</u>

  Dans le repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$, l'équation $x^2 + y^2 - 2x = 8$:

  A. est l'équation d'un cercle de rayon 10

  B. est l'équation d'un cercle de centre $C(1\,;0)$

  C. est l'équation d'une parabole de sommet $C(-1;0)$

  D. est l'équation d'un cercle de sommet $C(-1\,;0)$

- Question 16 :
  A. Le produit scalaire de 2 vecteurs est un nombre réel
  B. Si le produit scalaire de 2 vecteurs est nul alors ils sont colinéaires
  C. Si le produit scalaire de 2 vecteurs est nul alors ils sont orthogonaux
  D. Le produit scalaire de 2 vecteurs est un vecteur

- Question 17 :
  Soit un triangle (ABC) rectangle en A tel que $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{3}$ et dont le cercle inscrit a pour rayon $r = 1$.
  A. $\tan\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$
  B. $AC = 2 + \sqrt{3}$
  C. L'aire du triangle vaut : $(1 + \tan^{-1}\frac{\pi}{6})\,(1 + \tan^{-1}\frac{\pi}{12})$
  D. Le périmètre du triangle vaut : $2(1 + \tan^{-1}\frac{\pi}{6} + \tan^{-1}\frac{\pi}{12})$

- Question 18 :
  Les distances quotidiennes, en kilomètres, parcourues par un démarcheur durant le dernier mois sont les suivantes :
  12 ; 15 ; 16 ; 18 ; 03 ; 06 ; 12 ; 12 ; 15 ; 14 ;
  16 ; 09 ; 09 ; 10 ; 11 ; 11 ; 19 ; 08 ; 04 ; 06 ;
  17 ; 12 ; 02 ; 04 ; 15 ; 06 ; 14 ; 16 ; 13 ; 07
  Avec des arrondis au dixième :
  A. la moyenne est de 11.1 km et la médiane de 12 km
  B. la moyenne est de 11.1 km et la médiane de 11 km
  C. la moyenne est de 12.1 km et la médiane de 11 km
  D. la moyenne est de 11.0 km et la médiane de 11.5 km

- Question 19 :
  Pour une série statistique quelconque :
  A. la variance est égale à l'écart-type au carré
  B. la variance est proportionnelle à l'étendue
  C. la variance est proportionnelle à l'écart-type
  D. la variance est égale à la racine carrée de l'écart-type

- <u>Question 20 :</u>
  Une expérience consiste à lancer quatre pièces de monnaie simultanément et d'additionner la valeur des faces supérieures en comptant 0 pour le côté face et 1 pour le côté pile.
  A. la probabilité d'obtenir un nombre impair est de $\frac{1}{3}$
  B. la probabilité d'obtenir 2 est de $\frac{3}{8}$
  C. la probabilité d'obtenir 3 est de $\frac{1}{6}$
  D. l'espérance mathématique est $\frac{1}{2}$

GRILLE DE REPONSES					
QUESTION 1	A	B	C	D	E
QUESTION 2	A	B	C	D	E
QUESTION 3	A	B	C	D	E
QUESTION 4	A	B	C	D	E
QUESTION 5	A	B	C	D	E
QUESTION 6	A	B	C	D	E
QUESTION 7	A	B	C	D	E
QUESTION 8	A	B	C	D	E
QUESTION 9	A	B	C	D	E
QUESTION 10	A	B	C	D	E
QUESTION 11	A	B	C	D	E
QUESTION 12	A	B	C	D	E
QUESTION 13	A	B	C	D	E
QUESTION 14	A	B	C	D	E
QUESTION 15	A	B	C	D	E
QUESTION 16	A	B	C	D	E
QUESTION 17	A	B	C	D	E
QUESTION 18	A	B	C	D	E
QUESTION 19	A	B	C	D	E
QUESTION 20	A	B	C	D	E

POLYNESIE FRANÇAISE

PRESIDENCE

SERVICE DU PERSONNEL
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE 5 TECHNICIENS DE CATEGORIE B RELEVANT DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANÇAISE

EPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHEMATIQUES

Mardi 28 septembre 2010

(Durée : 3 heures – coefficient 3)

La calculatrice est autorisée

Le sujet comporte 7 pages (page de garde incluse).

Rendre le sujet avec la copie.

CONCOURS INTERNE DE TECHNICIEN DE CATEGORIE B

SESSION 2010

EPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux parties :

Partie I : QCM de 20 questions sur 20 points.

Partie II : 3 exercices :

- Exercice 1 sur 7 points
- Exercice 2 sur 7 points
- Exercice 3 sur 6 points

La note finale sera ramenée sur **20 points.**

La calculatrice est autorisée.

ATTENTION :

Chaque question du QCM peut comporter une ou deux réponses et toute réponse fausse entraîne une pénalité de **-0,5 point** dans la note.

Répondez au QCM sur le « document réponse » prévu à cet effet en page 7/7.

Mettez une croix dans la ou les case(s) que vous jugez correcte(s).

Pour les exercices de la partie II, **toute réponse non encadrée ne sera pas prise en compte.**

PARTIE I : QCM

Question 1 : Soit la suite arithmétique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de premier terme $U_1 = 12$ et de raison r=1,125. Indiquer la ou les propostion(s) exactes:

a) $U_{10} - U_8 = 2{,}25$
b) $U_{10} - U_8 = 3{,}375$
c) $U_{2008} = 2271$
d) $U_{2008} = 2269{,}875$

Question 2 : $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique, de premier terme Vo=-1 et de raison q=2. Le huitième terme de cette suite est :

a) – 16 b) – 256 c) – 128 d) – 49

Question 3 : On lance deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6. On lit la somme des numéros sortis. La probabilité d'obtenir une somme égale à 5 est :

a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{11}$

Question 4 : On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Tous les tirages sont équiprobables. La probabilité de l'événement « la carte tirée est un trèfle » est :

a) $\frac{4}{32}$ b) $\frac{1}{32}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{8}$

Question 5 : Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher, ce qui rend les tirages équiprobables. Quatre boules sont blanches et numérotées de 1 à 4. Cinq boules sont noires et numérotées de 1 à 5. On tire simultanément trois boules du sac. La probabilité de l'événement « les numéros des boules sont impairs » est :

a) $\frac{5}{42}$ b) $\frac{5}{84}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{1}{9}$

Question 6 : Combien peut-on former de nombres de trois chiffres avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, le même pouvant être utilisé deux ou trois fois ?

a)243 b) 60 c) 100 d) 125

Question 7 : L'équation $2x^2 - 3x - 9 = 0$ admet :

a) 1 solution réelle b) 2 solutions réelles

c) aucune solution réelle d) 2 solutions complexes

Question 8 : La forme factorisée de $4x^3 - 6x^2 - 4x$ est :

a) $2x(x-1)(x-2)$ b) $2x(2x-1)(x-2)$

c) $2x(2x+1)(x-2)$ d) $2x(x-1)(x+2)$

Question 9 : L'expression $2x^3 - x^2 - 7x + 6$ peut s'écrire :

a) $(2x+3)(x+1)(x-2)$ b) $(2x-3)(x-1)(x+2)$

c) $(2x+3)(x-1)(x-2)$ d) $(2x+3)(x-1)(x+2)$

Question 10 : $Z = -3\sqrt{3} + 3i$ a pour argument :

a) $\frac{5\pi}{6}$ b) $\frac{-\pi}{3}$ c) $\frac{-5\pi}{6}$ d) $\frac{\pi}{3}$

Question 11 : Soient deux nombres complexes $z_A = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z_B = 4e^{i\frac{-2\pi}{3}}$. Le nombre complexe $Z = z_A z_B$ est :

a) un nombre réel positif c) un nombre imaginaire pur
d) l'affixe d'un point du plan complexe pris hors des axes b) un nombre réel négatif

Question 12 : L'équation $z^2 + 6\sqrt{3}z + 36 = 0$ admet pour solutions :

a) $-3\sqrt{3}+3i; -3\sqrt{3}-3i$ b) $3\sqrt{3}+3i; 3\sqrt{3}-3i$
c) $3\sqrt{3}+3; 3\sqrt{3}-3$ d) $3+3\sqrt{3}i; 3-3\sqrt{3}i$

Question 13 : On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1$ et $z_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$.

Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour affixe z_I égale :

a) $z_I = \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)}{2}$ b) $z_I = \frac{2+\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}i$

c) $z_I = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ d) $z_I = \frac{2+\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Question 14 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{2x}+1$ et C_f sa courbe représentative. L'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est :

a) $y=-x+e$ b) $y=-x-2$

c) $y=-x+\ln 2$ d) $y=-x+2$

Question 15 : La courbe représentative de la fonction logarithme népérien admet pour tangente au point d'abscisse 1, la droite d'équation :

a) $y = x + 1$ b) $y = x - 1$ c) $y = x + e$ d) $y = x$

Question 16 : La dérivée de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(x^2+x)\cos x$ est :

a) $g'(x)=(2x+1)\cos x-(x^2+x)\sin x$ b) $g'(x)=(2x+1)\sin x+(x^2+x)\cos x$

c) $g'(x)=(2x+1)\cos x+(x^2+x)\sin x$ d) $g'(x)=(2x+1)\sin x-(x^2+x)\cos x$

Question 17 : L'ensemble des solutions de l'inéquation $(\ln x)^2-\ln x\geq 6$ est :

a) $S=\left]0;e^{-2}\right]\cup\left[e^3;+\infty\right[$ b) $S=\left[e^{-2};e^3\right]$

c) $S=\left]e^{-2};e^3\right[$ d) $S=\left[0;e^{-2}\right]\cup\left[e^3;+\infty\right[$

Question 18 : $\lim\limits_{x\to+\infty}(8\ln x-3x+\frac{4}{x})$ est :

a) 0 b) 4 c) $+\infty$ d) $-\infty$

Question 19: Soit la fonction f définie sur $\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ par $f(x)=\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$. La ou les propositions justes sont :

a) $f'(-2)>0$ c) f est strictement croissante sur $\left]1;+\infty\right[$

b) $f'(x)>0$ pour tout $x\in\left]-\infty;-1\right[$ d) f strictement croissante sur $\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$

Question 20 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{2x}+1$. Une primitive F de la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a) $F(x)=e^{2x}+x$ b) $F(x)=2e^{2x}$

c) $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+x-3$ d) $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+x$

PARTIE II : EXERCICES

Exercice 1 :

[AB] est un segment de longueur 8 cm. D_1 est un disque de centre A et de rayon AB et D_2 est un disque de centre B et de rayon AB.

1°) Calculer l'aire T d'un triangle équilatéral de coté 8 cm.

2°) Calculer l'aire A = S – T où S est l'aire d'un sixième du disque D_1.

3°) En déduire la valeur de l'aire de la surface $D_1 \cap D_2$ ou les 2 disques se superposent.
Donner cette valeur au dixième de mm^2 près.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{C}$ par $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

1°) Résoudre l'équation $f(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$. On notera z_1 et z_2 les solutions de l'équation.

2°) Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

3°) M_1 et M_2 sont les points d'affixe z_1 et z_2 dans le plan complexe.

Montrer que le triangle OM_1M_2 est équilatéral.

Exercice 3 : Calculer la somme de tous les nombres pairs de 0 à 2010 .

Document réponse pour le QCM.

	A	B	C	D
Question 1	☐	☐	☐	☐
Question 2	☐	☐	☐	☐
Question 3	☐	☐	☐	☐
Question 4	☐	☐	☐	☐
Question 5	☐	☐	☐	☐
Question 6	☐	☐	☐	☐
Question 7	☐	☐	☐	☐
Question 8	☐	☐	☐	☐
Question 9	☐	☐	☐	☐
Question 10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
Question 11	☐	☐	☐	☐
Question 12	☐	☐	☐	☐
Question 13	☐	☐	☐	☐
Question 14	☐	☐	☐	☐
Question 15	☐	☐	☐	☐
Question 16	☐	☐	☐	☐
Question 17	☐	☐	☐	☐
Question 18	☐	☐	☐	☐
Question 19	☐	☐	☐	☐
Question 20	☐	☐	☐	☐

POLYNESIE FRANÇAISE

MINISTERE
DU TRAVAIL, DE L'EMPLOI,
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,
chargé de la réforme de l'administration,
des relations avec l'Assemblée de Polynésie française
et le Conseil économique, social et culturel

SERVICE DU PERSONNEL
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE 9 TECHNICIENS DE CATEGORIE B

EPREUVE DE MATHEMATIQUES SE RAPPORTANT AU PROGRAMME DU BACCALAUREAT TECHNIQUE (DUREE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

Le Lundi 21 novembre 2005 de 08h00 à 11h00.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 2 pages.

CONCOURS INTERNE ET D'INTEGRATION DE TECHNICIEN CATEGORIE B

MATHEMATIQUES

(L'usage de la calculatrice est autorisé)

EXERCICE 1

Factoriser :

1) $A = 4a^2 - 9b^2$
2) $B = (2x - 1)^2 - 1$
3) $C = x^3 - x$

EXERCICE 2

Calculer :

1) $A = \frac{5}{7} - \frac{7}{26} \times \frac{13}{3}$

2) $B = \sqrt{75} - 2\sqrt{108} + 9\sqrt{3}$ **(l'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers).**

EXERCICE 3

J'ai deux fois l'âge de mon frère. Il y a 7 ans, j'avais trois fois son âge.
Quel est mon âge ? Quel est l'âge de mon frère ?

EXERCICE 4

Une salle de spectacle propose trois types de places différents : des fauteuils d'orchestre, des places de loge et des places de balcon. Le prix moyen des places est de 1042,8 F.

1) **Ce soir, le spectacle a fait salle comble. La recette est de 730 000 F. Déterminer le nombre de places de la salle (on arrondira à l'entier le plus proche).**
2) **Déterminer le nombre de places de chaque type, sachant qu'il y a deux fois plus de places de balcon que de places d'orchestre, que le prix d'une place d'orchestre est 1500 F, celui d'une place de loge de 1300 F et celui d'une place de balcon 600 F.**

EXERCICE 5

Dans une entreprise de vente par correspondance, le service courrier a remarqué que chaque lettre, qu'elle provienne de France ou de l'étranger, ne contient qu'un seul type de document, à savoir : soit une commande, soit une réclamation, soit une publicité.
Une étude statistique a permis d'établir l'estimation suivante pour la répartition de l'ensemble des lettres reçues :

- 60 % contiennent une commande, et un quart des commandes provient de l'étranger.
- 25 % contiennent une réclamation, et un cinquième des réclamations provient de l'étranger.
- Le reste contient de la publicité, et provient uniquement de France.

1) Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant qui donne la répartition de 100 lettres reçues :

	Provenant de France	Provenant de l'étranger	Total
Nombre de commandes			60
Nombre de réclamations			25
Nombre de publicités			
Total	80		

Pour chacune des questions suivantes, on admettra que la répartition du tableau est conservée.

2) Une lettre est choisie au hasard dans un sac postal.
Calculer la probabilité des événements suivants :
   - A : « Elle vient de France »
   - B : « Il s'agit d'une lettre de réclamation »
   - C : « Elle est française, et c'est une commande »
   - D : « Elle contient une réclamation, ou provient de l'étranger ».

EXERCICE 6

Soit le polynôme défini par $P(x) = x^3 + x^2 + 5x + 3$

a) Montrer que $x = 1$ est une solution de $P(x)$.
b) En déduire une écriture de P comme produit de trois facteurs du premier degré
(Ecrire $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ et procéder par identification).

EXERCICE 7

Une personne loue un faré au 1èr janvier 2005 .
Le loyer annuel est 2005 est $u_0 = 1\,800\,000$ F.

Le bail prévoit une augmentation constante chaque année de 3 %. Sa durée est de 9 ans.
On note un le loyer annuel pour l'année 2005+ n.

a) Calculer u_1 et u_2 .
b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique.
c) Quelle est la somme totale payée au bout de 9 ans