



PRESIDENCE

POLYNESIE FRANÇAISE

---

SERVICE DU PERSONNEL  
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE

.....

EXAMEN PROFESSIONNEL D'ACCES AU GRADE DE  
TECHNICIEN CHEF DE LA FONCTION PUBLIQUE  
DE LA POLYNESIE FRANCAISE

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**Mercredi 7 juillet 2010**

**(Durée : 1 heure 30)**

**La calculatrice est autorisée**

**Aucun document n'est autorisé**

Le sujet comporte 2 pages.

### Exercice 1 : Probabilité ( 5 points )

Une urne contient 2 boules rouges, 2 boules vertes et une boule jaune. On tire successivement sans remise 3 boules. Calculer les probabilités suivantes :

- on obtient rouge, rouge, vert dans cet ordre.
- on obtient exactement 2 boules vertes.
- on obtient au moins une boule rouge.

### Exercice 2 : Suite ( 5 points )

Soit  $U_n$  (avec  $n \geq 0$ ) définie par  $U_0 = 4$  et  $U_{n+1} = \frac{4U_n - 9}{U_n - 2}$

Soit  $V_n$  (avec  $n \geq 0$ ) défini par  $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$

- Calculer  $U_1, U_2$ , puis  $V_0, V_1$  et  $V_2$  puis démontrer que  $V_n$  est arithmétique.
- En déduire  $V_n$  en fonction de  $n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

### Exercice 3 : Etude de fonction ( 5 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -\infty ; 1 [$  par  $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 3}$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O ; i, j)$ .

- Déterminer les nombres réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$ .
- Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. En déduire que  $\mathcal{C}$  admet une asymptote que l'on précisera.
- Montrer que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = x + 3$  est asymptote à  $\mathcal{C}$  en  $+\infty$ .

### Exercice 4 : Exponentiel ( 5 points)

- On considère la fonction  $P$  définie pour tout  $x$  réel par  $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ .  
Calculer  $P(-1)$ . En déduire que  $P(x)$  peut s'écrire  $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$  où  $a, b$  et  $c$  sont trois nombres réels que l'on déterminera.
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ .
- En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $2e^{6x} + 7e^{4x} + 2e^{2x} - 3 = 0$ .



**MINISTÈRE**  
**DE L'ÉCONOMIE, DES FINANCES,**  
**DU TRAVAIL ET DE L'EMPLOI,**  
*en charge de la réforme fiscale,*  
*de la formation professionnelle,*  
*des réformes administratives*  
*et de la fonction publique*

SERVICE DU PERSONNEL  
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE  
.....

**EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCES AU**  
**GRADE DE TECHNICIEN CHEF DE LA FONCTION**  
**PUBLIQUE DE LA POLYNESIE FRANCAISE AU**  
**TITRE DE L'ANNEE 2009**

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ :**  
**MATHÉMATIQUES**

**Lundi 1<sup>er</sup> août 2011**  
**(Durée : 1 heure 30 ; coefficient 2)**

Le sujet comporte 3 pages (page de garde incluse).

**Exercice 1** (4 points) : Probabilités

Le code d'utilisateur d'une carte bancaire comprend 4 chiffres, chacun de ces chiffres pouvant être égal à 0,1,2,3,4,5,6,7,8 ou 9.

1- Combien existe-t-il de codes possibles différents pour ce type de carte bancaire ?

Une personne tente d'effectuer un retrait bancaire à partir d'une carte dont elle ne connaît pas le code secret d'utilisateur.

2- La carte restera bloquée dans le distributeur après 3 tentatives si le code n'est pas trouvé, quelle est la probabilité que cette personne réussisse à retirer de l'argent en composant des codes au hasard ?

**Exercice 2** (6 points) : Etude de fonction

Soit  $f(x) = \frac{5x-9}{x-2}$  sur  $] -\infty; +\infty [$ ,

A.

1 Indiquer l'ensemble de définition de la fonction f. L'écrire sous la forme  $] -\infty; a [ \cup ] a; +\infty [$

2 Déterminer les limites de f(x) en  $-\infty$ , en a par valeur inférieure, en a par valeur supérieure et en  $+\infty$ . En déduire les asymptotes de f

3 Déterminer la fonction dérivée de la fonction f(x), f'(x)

4 Etablir le tableau de variation de la fonction f sur son ensemble de définition

5 Calculer f(-2), f(0), f(3), f(4) (sous la forme d'une fraction irréductible)

B.

Soit  $g(x) = \frac{x-3}{(x-2)^2}$  sur  $] -\infty; +\infty [$

1 Indiquer l'ensemble de définition de la fonction g.

2 Montrer que  $g(x) = \frac{1}{(x-2)} - \frac{1}{(x-2)^2}$

3 En déduire une expression entre g(x) et f'(x)

4 Donner une primitive G(x) de g(x)

5 En déduire  $\int_3^4 g(x) dx$

**Exercice 3** (6 points) : Suites numériques

1 Soit la suite définie par  $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$  avec  $U_0 = 2$

Démontrer par récurrence que  $U_n = 2$  pour tout entier naturel n.

2 Soit désormais la suite définie par  $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n + 1$  avec  $V_0 = 4$

Calculer  $V_1, V_2, V_3$ . La suite  $V_n$  semble t-elle croissante ou décroissante ?

3 Démontrer par récurrence que  $V_n \geq 2$  pour tout entier naturel n

4 Montrer que  $V_{n+1} - V_n = 1 - \frac{1}{2}V_n$  pour tout entier naturel n

En déduire, en utilisant le résultat du 3, que la suite  $V_n$  est décroissante

**Exercice 4** (4 points) : Equations/Inéquations

Résoudre :

1-  $(4x - 5) \times (7 - x) \times (x - 1) \leq 0$

2- 
$$\begin{cases} 2x = y - 3 \\ y + 8x = 23 \end{cases}$$



MINISTÈRE  
DE L'ÉCONOMIE, DES FINANCES,  
DU TRAVAIL ET DE L'EMPLOI,  
*en charge de la réforme fiscale,  
de la formation professionnelle,  
des réformes administratives  
et de la fonction publique*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES

EXAMEN PROFESSIONNEL D'ACCÈS AU GRADE DE  
**TECHNICIEN CHEF** DU CADRE D'EMPLOIS DES  
TECHNICIENS DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA  
POLYNESIE FRANÇAISE AU TITRE DE L'ANNÉE **2010**

**ÉPREUVE N° 2 : UNE ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**Jeudi 5 janvier 2012**

**(durée : 1 heure 30 - coefficient 2)**

**La calculatrice est autorisée.**

Le sujet comporte 3 pages (page de garde incluse).

**Exercice 1** (7 points) : Etude de fonction

Une entreprise produit des nucléus en quantité journalière  $q$  (exprimée en milliers).

Lorsque la quantité est comprise entre 4 et 10, on admet que le coût de production journalier, exprimé en USD, est donné par :  $C(q) = q^3 - 48q + 600$ .

L'entreprise vend chaque millier de nucléus 99 USD.

- En supposant que toute la production est vendue, déterminer la recette journalière en fonction de  $q$ .
- Montrer que le bénéfice journalier  $B(q)$ , exprimé en USD, est donné par :  $B(q) = -q^3 + 147q - 600$  avec  $q \in [4;10]$ .
- Calculer la dérivée  $B'(q)$  de la fonction  $B(q)$ .
- Etudier le signe de  $B'(q)$  sur l'intervalle  $[4;10]$  et dresser le tableau de variation de la fonction  $B(q)$ .
- En déduire le nombre de milliers de nucléus qu'il faut produire quotidiennement pour maximiser le bénéfice. Quel est alors le bénéfice maximal ?

**Exercice 2** (5 points) : Sens de variation d'une suite

Etudier les sens de variation de chacune des suites suivantes :

- $U_n = 1 - 5n$
- $V_n = \frac{3n-5}{n+1}$
- $W_n = 2^n - 2n$

**Exercice 3** (4 points) : Etude de fonction

On considère dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , le cercle  $(\tau)$  de centre O et de rayon 1.

Soit A le point de coordonnées (1 ; 0) et A' le point de coordonnées (-1 ; 0).

- Par tout point H du segment  $[AA']$  distinct de A et de A', on mène la perpendiculaire  $(\Delta)$  à la droite  $(AA')$ . La droite  $(\Delta)$  coupe le cercle  $(\tau)$  en M et M'.  
On pose  $\overline{OH} = x$ . Calculer en fonction de x l'aire du triangle AMM'.
- Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $[-1;1]$  par  $f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}$   
et soit  $(\mathfrak{S})$  sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormal où l'unité de longueur est 4 cm.  
Etudier la dérivabilité de  $f$  en 1 et -1, montrer que  $f$  est dérivable sur  $] -1;1[$  et calculer  $f'(x)$ .

**Exercice 4** (4 points) : Probabilités

Dans un sac, on a placé 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et quatre rouges numérotés de 1 à 4.  
On prend simultanément trois jetons dans le sac.

Donner la probabilité des événements suivants :

- a- Obtenir 3 jetons verts
- b- Obtenir 3 jetons rouges
- c- Obtenir 3 jetons de la même couleur
- d- Obtenir parmi les 3 jetons, le jeton vert n°1

(Les réponses seront justifiées et données sous la forme de fractions simplifiées.)



**MINISTÈRE**  
**DE L'ÉCONOMIE, DES FINANCES,**  
**DU TRAVAIL ET DE L'EMPLOI,**  
*en charge de la réforme fiscale,*  
*de la formation professionnelle,*  
*des réformes administratives*  
*et de la fonction publique*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES

.....

**EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCÈS AU  
GRADE DE **TECHNICIEN CHEF** DU CADRE  
D'EMPLOIS DES TECHNICIENS DE LA FONCTION  
PUBLIQUE DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE AU  
TITRE DE L'ANNÉE **2011****

**ÉPREUVE N° 2 : MATHÉMATIQUES**

**Lundi 11 juin 2012**

**(Durée : 1 heure 30, coefficient 2)**

**La calculatrice est autorisée.**

Le sujet comporte 2 pages (page de garde incluse).

**Exercice 1** (5 points) : Etude de fonction logarithme

Soit  $h(x) = \ln(x^2 + 1) + 1$  sur  $[0 ; +\infty[$

- 1 Indiquer l'ensemble de définition de la fonction  $h$ .
- 2 Calculer  $h(0)$ .
- 3 Déterminer la fonction dérivée de la fonction  $h(x)$ ,  $h'(x)$
- 4 En déduire que,  $\forall x \in [0 ; +\infty[$ ,  $h(x) \geq 1$
- 5 Résoudre l'équation suivante :  
 $\text{Exp}(h(x)) = e$

**Exercice 2** (6 points) : Suite numérique

$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est la suite réelle définie par les relations :

$$U_0 = 6 \text{ et pour tout } n \text{ entier naturel : } U_{n+1} = (0,3) \times U_n - 4$$

- 1- Calculer les trois premiers termes de la suite.
  - 2- Soit  $a$ , un réel fixé. On pose pour  $n$ , entier naturel :  $V_n = U_n - a$
  - 3- Exprimer en fonction de  $a$ ,  $V_0, V_1, V_2$ .
  - 4- Déterminer  $a$  tel que  $V_0, V_1, V_2$  soient les trois premiers termes d'une suite géométrique.
- Montrer que pour cette valeur de  $a$ , la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bien géométrique.

**Exercice 3** (5 points) : Statistiques

Le tableau ci-dessous donne la consommation quotidienne  $Y$  en fuel d'une chaudière (en litres) en fonction des relevés de température extérieure  $X$ .

X (en degré C)	-6	-4	0	5	10
Y (en litres)	40	36	35	23	16

Calculer la moyenne de la série statistique  $X$  et celle de la série  $Y$ , puis leurs variances respectives.

**Exercice 4** (4 points) : Nombres complexes

On se propose de trouver les nombres complexes solution de l'équation  $(E)$  :

$$(E) \quad z^2 - 6z + 12 = 0$$

- 1- Résoudre l'équation  $(E)$

On notera  $u$  et  $\bar{u}$  ses solutions,  $u$  étant celle dont la partie imaginaire est positive.

- 2- Calculer le module et l'argument de  $u$ . En déduire ceux de  $\bar{u}$ .



VICE-PRÉSIDENCE,  
MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE,  
DES FINANCES ET DU BUDGET,  
DE LA FONCTION PUBLIQUE,  
*chargé des entreprises et de l'industrie,  
de la promotion des exportations  
et de la lutte contre la vie chère*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES  
.....

EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCÈS AU GRADE  
DE **TECHNICIEN CHEF** DU CADRE D'EMPLOIS DES  
**TECHNICIENS** DE LA FONCTION PUBLIQUE DE LA  
POLYNESIE FRANÇAISE AU TITRE DE L'ANNÉE **2012**

**ÉPREUVE N° 2 : MATHÉMATIQUES**

**Vendredi 23 août 2013**

**(Durée : 1 heure 30, coefficient 2)**

La calculatrice est autorisée.  
Le sujet comporte 3 pages (page de garde incluse).  
**Le sujet est à rendre avec la copie d'examen.**

### Exercice 1 : Etude de fonction

Soient  $f$  une fonction définie par  $f(x) = \frac{1}{2}x - 5 - \frac{2}{3-x}$  et  $C_f$  la courbe représentative de  $f$

- Donner le domaine de définition de cette fonction
- Calculer les limites aux bornes de ce domaine
- Montrer que  $C_f$  admet une asymptote oblique, dont vous donnerez l'équation
- Calculer la dérivée de  $f$  et montrer que :  $f'(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{2 \times (3-x)^2}$

### Exercice 2 : Dérivée – primitive de fonction

a. Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = x\sqrt{x}$ .

Calculer la dérivée de  $g$  sur  $]0; +\infty[$ .

b. Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x}$ .

Déduire de la première question une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

### Exercice 3 : Suites numériques

Soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par  $u_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$

1) Calculer les valeurs de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$

2) a) Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$   $u_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$

b) Prouver que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$   $0 < u_n < 1$

c) Etudier le sens de variation de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

3) On pose  $x_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

a) Démontrer par récurrence que, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a  $x_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$

b) Déterminer la limite de la suite  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

**Exercice 4 :**

Les dernières données du recensement, concernant le nombre d'enfants par femmes, d'un petit pays (imaginaire) sont les suivantes :

Nombre d'enfants	Effectifs de femmes	Fréquence	Effectifs cumulés	Fréquence cumulée
0	50			
1	35			
2	45			
3	34			
4	10			
5	5			
6	7			
7	7			
8	9			
9	2			
10	1			

- 1) Compléter le tableau précédent, puis déterminer l'étendue, le mode et le nombre moyen d'enfants par femme.
- 2) Calculer la moyenne, la variance, ainsi que l'écart type de cette variable.



MINISTERE  
DE LA SANTE,  
DE LA PROTECTION SOCIALE GENERALISEE  
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE,  
*chargé de la prévention,  
de la réforme de l'administration  
et de la lutte contre la toxicomanie et l'alcoolisme*

DIRECTION GENERALE  
DES RESSOURCES HUMAINES  
.....

EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCES AU GRADE  
DE **TECHNICIEN CHEF** DE LA FONCTION PUBLIQUE DE  
LA POLYNESIE FRANCAISE AU TITRE DE L'ANNEE **2013**

**EPREUVE D'ADMISSIBILITE : Epreuve de mathématiques**

**Vendredi 7 mars 2014**  
**(durée : 1 heure 30 ; coefficient 2)**

**La calculatrice est autorisée.**

Le sujet comporte 2 pages (page de garde incluse).

**Exercice 1** (5 points) : Equations/Inéquations

Résoudre :

a-  $(4x - 5) \times (7 - x) \times (x - 1) \leq 0$

b- 
$$\begin{cases} 2x = y - 3 \\ y + 8x = 23 \end{cases}$$

c-  $\frac{(x - 3) \times (2x + 8)}{x + 1} \geq 0$

**Exercice 2** (5 points) : Etude de fonction

Dans une entreprise, le coût total en F. CFP pour produire  $q$  objets est :

$C(q) = 150000 + 20q + \frac{1}{50}q^2$ . Chaque produit est vendu 190 F.CFP.

- On note  $B(q)$  le bénéfice réalisé en vendant  $q$  objets. Exprimer  $B(q)$  en fonction de  $q$ .
- Etudier les variations de la fonction  $B$  sur  $[1000 ; 7500]$
- En déduire la valeur de  $q$  pour laquelle le bénéfice est maximal et donner la valeur en F. CFP de ce bénéfice maximal.

**Exercice 3** (4 points) : Produit scalaire

Les deux questions a et b sont indépendantes.

- Soit  $t$  un réel, on considère les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  de coordonnées  $\vec{u}(\cos t; \sin t)$  et  $\vec{v}(\cos t; \sin t)$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan.  
Déterminer  $t$  tel que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient orthogonaux.
- Soit  $D$  la droite d'équation  $3x + 2y - 5 = 0$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Donner les coordonnées du vecteur  $\vec{n}$  normal à  $D$ .  
En déduire l'équation de la droite  $D'$ , passant par  $A(1; 5)$  et perpendiculaire à  $D$ .

**Exercice 4** (6 points) : Fonction exponentielle

Soit  $g(x) = e^x - x - 1$  définie sur  $\mathbb{R}$

- Démontrer que  $g(x) = e^x - x - 1 \geq 0$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$
- Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
- Vérifier que  $g(x)$  peut s'écrire  $g(x) = e^x \left( 1 - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} \right)$ , en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$



MINISTÈRE  
DU TRAVAIL ET DE LA FORMATION  
PROFESSIONNELLE,  
*en charge de la fonction publique  
et de la recherche*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES  
.....

EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCÈS AU GRADE  
DE **TECHNICIEN CHEF** DE LA FONCTION PUBLIQUE DE  
LA POLYNÉSIE FRANÇAISE AU TITRE DE L'ANNÉE **2016**

**Epreuve d'admissibilité : Epreuve de mathématiques**

**Mardi 14 mars 2017**

**(durée : 1 heure 30 ; coefficient 2)**

**La calculatrice est autorisée.**

Le sujet comporte 2 pages (page de garde incluse).

**Exercice 1 : (4 points) Equations/Inéquations**

Résoudre :

a)  $x^2 - 2x - 3 = 0$

b) 
$$\begin{cases} 2x = y - 3 \\ y + 8x = 23 \end{cases}$$

c)  $(2x - 1) \times (3 - x) \times (x - 7) \leq 0$

**Exercice 2 : (3 points) Equations fonction exponentielle**Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système 
$$\begin{cases} 2e^x - 3e^y = -10 \\ -6e^x + e^y = -2 \end{cases}$$
**Exercice 3 : (4 points) Dérivée et primitive de fonction**a. Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = x\sqrt{x}$ .Calculer la dérivée de  $g$  sur  $]0; +\infty[$ .b. Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x}$ .Dédurre de la première question une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .**Exercice 4 : (5 points) Dérivée et primitive de fonction**Soit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par :  $u_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$ a) Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  :  $u_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$ , puis prouver que  $0 < u_n < 1$ b) Etudier le sens de variation de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ **Exercice 5 : (4 points) Etude de fonction**Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$  sur  $] -\infty; 0[$ a. Calculer  $f'(x)$ b. Etudier les variations de  $f$ c. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse -1 de la courbe représentative de  $f$ d. Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$ e. Déterminer l'équation de l'asymptote oblique de  $f$  en  $-\infty$  et étudier la position de la courbe représentative de  $f$  par rapport à cette droite



MINISTÈRE  
DU TRAVAIL,  
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE  
ET DE L'ÉDUCATION,  
*en charge de la fonction publique,  
de la recherche et de l'enseignement supérieur*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES  
.....

EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCÈS AU  
GRADE DE **TECHNICIEN CHEF** DE LA FONCTION  
PUBLIQUE DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE AU  
TITRE DE L'ANNÉE **2017**

**Seconde épreuve d'admissibilité : Épreuve de mathématiques**

**Lundi 19 mars 2018**  
**(durée : 1 heure 30 ; coefficient 2)**

**La calculatrice est autorisée.**

Le sujet comporte 2 pages (page de garde incluse).

Aucun autre document n'est autorisé.

**Exercice 1** (5 points) : Equations/Inéquations

Résoudre :

a)  $2x^2 + 3x + 1 = 0$

b) 
$$\begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 9x + 7y = 12 \end{cases}$$

c)  $\frac{(x-7) \times (2x+8)}{2x+1} \geq 0$

**Exercice 2** (5 points) : Etude de fonction

On considère la fonction définie par  $f(x) = \frac{x^3 + 9x}{x^2 + 1} \forall x \in \mathbb{R}$

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

a) Montrer que  $f$  est impaire. Que peut-on en déduire pour  $C_f$  ?

b) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$

Il faudra remarquer que  $f'(x)$  est de la forme  $\left(\frac{x^2 - a}{x^2 + 1}\right)^2$

c) Donner l'équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $x = 0$

d) Etudier la position de  $C_f$  par rapport à cette tangente.

**Exercice 3** (4 points) : Recherche de primitives

Les questions sont indépendantes.

a) Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 5x + \frac{3}{x^2}$   
Déterminer la primitive de  $f$  prenant la valeur 3 pour  $x = 1$ .

b) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 5x^2 + 2$   
Déterminer toutes les primitives de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

c) Soit  $u$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $u(x) = 2x\sqrt{x}$   
Démontrer que  $u'(x) = 3\sqrt{x}$ .  
En déduire une primitive sur  $]0; +\infty[$  de  $h(x) = \sqrt{x} + 2$

**Exercice 4** (6 points) : Probabilités

On lance deux dés à 6 faces (non truqués), les faces étant numérotées de 1 à 6.

On considère l'événement A : « Obtenir deux numéros différents ».

Soit B l'événement contraire de A.

a) Définir par une phrase l'événement B.

b) Calculer  $P(B)$  (probabilité de l'événement B), en déduire  $P(A)$ .

c) Soit C l'événement « obtenir deux numéros impairs ». Calculer  $P(C)$ .

d) Déterminer la probabilité de l'événement  $A \cap C$ , en déduire la probabilité de AUC.



MINISTÈRE  
DE LA FONCTION PUBLIQUE,  
DE L'EMPLOI, DU TRAVAIL,  
DE LA MODERNISATION  
DE L'ADMINISTRATION  
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES  
.....

EXAMEN PROFESSIONNEL POUR L'ACCÈS AU  
GRADE DE **TECHNICIEN CHEF** DE LA FONCTION  
PUBLIQUE DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE AU  
TITRE DE L'ANNÉE **2022**

**DEUXIÈME ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ**

Une épreuve de mathématiques (durée 1 h 30, coefficient 2)

**Jeudi 21 septembre 2023**

Le sujet comporte 2 pages (page de garde incluse).

**Important :**

Aucun autre document n'est autorisé.

**L'usage de la calculatrice non connectée est autorisé.**

Les candidats doivent écrire et, souligner si nécessaire, au stylo uniquement de couleur noir ou bleu non effaçable.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie. Les copies doivent rester anonymes.

Vous veillerez à détailler votre démarche de résolution et de calcul pour l'ensemble des exercices.

### Exercice 1 (7 points) : Etude de fonction

On considère la fonction  $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 4x}$

- A) Déterminez le domaine de définition de la fonction  $f(x)$ .
- B) Trouvez les valeurs de  $x$  pour lesquelles la fonction  $f(x) = 0$ .
- C) Calculez la limite de la fonction  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers l'infini.
- D) Trouvez la dérivée  $f'(x)$  de la fonction  $f(x)$ .
- E) Identifiez les valeurs de  $x$  pour lesquelles la dérivée  $f'(x)$  s'annule.
- F) Déterminez les variations de la fonction  $f(x)$  en utilisant sa dérivée.
- G) Trouvez une primitive  $F(x)$  de la fonction  $f(x)$ .
- H) Calculez l'intégrale définie de  $f(x)$  de 1 à 5.

### Exercice 2 (4 points) : Nombres complexes

Considérez les nombres complexes suivants :

- A) Soit  $z_1 = 4 + 3i$  et  $z_2 = -2 - 5i$ . Calculez le module  $|z_1|$  et l'argument  $\theta_1$  du nombre complexe  $z_1$ .  
Ensuite, calculez le module  $|z_2|$  et l'argument  $\theta_2$  du nombre complexe  $z_2$ .
- B) Écrivez  $z_1$  sous forme trigonométrique (polaire) et sous forme exponentielle.
- C) Écrivez  $z_2$  sous forme trigonométrique (polaire) et sous forme exponentielle.
- D) Calculez le produit  $z_1 \times z_2$  en forme trigonométrique.
- E) Calculez le quotient  $z_1 / z_2$  en forme exponentielle.

### Exercice 3 (4 points) : Trigonométrie et équation

- A) Résolvez l'équation suivante pour  $x$  dans l'intervalle  $[0, 360^\circ]$  :  $2\sin^2(x) + 3\cos(x) - 1 = 0$ .
- B) Calculez la valeur exacte de  $\tan(75^\circ)$  en utilisant les identités trigonométriques.

Aide :  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  ;  $\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a).\tan(b)}$

### Exercice 4 (5 points) : Probabilités

Supposons que nous ayons un jeu de cartes standard de 52 cartes. Nous tirons une carte au hasard de ce jeu.

- A) Soit l'événement A : "Tirer une carte noire" (pique ou trèfle) et l'événement B : "Tirer une carte avec une valeur de 10 ou plus" (10, valet, dame, roi).
  - a. Calculez la probabilité de l'événement A.
  - b. Calculez la probabilité de l'événement B.
  - c. Calculez la probabilité de l'intersection  $(A \cap B)$ , c'est-à-dire l'événement "Tirer une carte noire avec une valeur de 10 ou plus".
  - d. Calculez la probabilité de l'union  $(A \cup B)$ , c'est-à-dire l'événement "Tirer une carte noire ou une carte avec une valeur de 10 ou plus".
- B) Soit X une variable aléatoire qui représente le nombre de piques tirées en trois tirages successifs sans remise. Calculez la loi de probabilité de X (c'est-à-dire la distribution des probabilités de X).